Pierluigi Argoneto

I RADIOHEAD

l'arcobaleno e il piede sinistro di Dio

Saggio sulla teoria dei giochi e le sue applicazioni

Pierluigi Argoneto

I Radiohead, l’arcobaleno e il piede sinistro di Dio

Saggio sulla Teoria dei Giochi e le sue applicazioni

Segui l’autore su

twitter: @PArgoneto

facebook: Pierluigi Argoneto

http://www.linkiesta.it/blogs/le-argonautiche

pierluigi.argoneto@gmail.com

A Elisa Claps,

Luca Orioli e Marirosa Andreotta.

Per essere finiti in un gioco più grande di loro.

Talvolta uno paga di più le cose che ha avuto gratis.

(A. Einstein)

…arrest this man, he talks in maths…

(Radiohead, Karma police)

Prefazione

La notizia della morte di John Nash è arrivata una domenica pomeriggio, inaspettata. Per di più è avvenuta in maniera tragica, a causa di un incidente automobilistico, forse proprio in uno dei tanti tragitti che lo portavano da un'Università all'altra, in tutto il mondo, a parlare delle sue ricerche.

I suoi libri e la sua vita travagliata mi hanno fatto appassionare alla Teoria dei Giochi tempo fa, motivo per cui le ho dedicato tanti anni della mia attività di ricerca: prima da tesista, poi durante il dottorato e poi ancora da assegnista, fino a tenere per diversi anni un corso universitario dedicato proprio a questa branca della matematica così particolare e affascinante.

Ho avuto la grande fortuna di incontrarlo e di parlarci una volta. Eravamo ad un Festival della Scienza di qualche anno fa, a Roma. Era uscito da qualche tempo il film dedicato alla sua vita, *A beautiful mind*, e molti conoscevano il suo nome, pochi il suo volto, sovrapposto cinematograficamente a quello di Russell Crowe. Così, quando l'ho visto aggirarsi nei corridoi prima dell'inizio della conferenza, in attesa di salire sul palco, completamente isolato, non ho creduto ai miei occhi e mi sono fiondato da lui col cuore a mille. Di quel giorno conservo gelosamente, appesa alla mia parete, la sua tesi di dottorato (che avevo portato con me stampata alla meno peggio) con la sua firma autografa. La stessa tesi, solo una trentina di pagine, discussa nel 1950 e che gli è valsa il premio Nobel quasi cinquant'anni dopo, nel 1994, per aver introdotto il concetto di "equilibrio" nelle dinamiche decisionali interattive, uno dei risultati più importanti della matematica dell'ultimo secolo.

E già questo potrebbe bastare.

Un'altra cosa però conserverò per sempre nei miei ricordi di quel breve incontro: alla mia richiesta di una chiave di lettura per la sua teoria, domanda tanto banale quanto pretenziosa (insomma, se non si fanno domande pretenziose a un premio Nobel, a chi mai si potranno fare?) mi rispose con un sorriso sornione e una frase lapidaria che più o meno suonava così: "È come nella vita: bisogna sempre cercare di fare il meglio, per evitare il peggio". Un sunto perfetto della Teoria dei Giochi, pensai. Una frase che solo un grande matematico poteva trovare per spiegare in due parole una teoria tanto complessa. Solo anni dopo ho scoperto che la frase non era sua, ma una citazione di Italo Calvino tratta da "Se una notte d'inverno un viaggiatore".

E questa è stata l'ennesima grande lezione, scritta non in un libro di matematica questa volta, che ho appreso da John Nash: lo squilibrato divenuto famoso per la teoria dell'equilibrio.

25 maggio 2015

Il saggio *I Radiohead, l'arcobaleno e il piede sinistro di Dio* è del 2009. È un saggio introduttivo, e spero quanto più divulgativo possibile, nato proprio con l'intenzione di raccontare, senza l'utilizzo di formule matematiche, alcuni concetti chiave della Teoria dei Giochi di John Nash. Oggi più che mai mi pare il modo più intelligente di celebrare un uomo, che soprattutto è stato un grande matematico.

Sommario

TANTO PER COMINCIARE

Il 10 ottobre del 2007 è una di quelle date da ricordare. Per il mondo della musica -in particolare quello dell'industria commerciale ad essa correlata- ha probabilmente segnato uno spartiacque tra tutto ciò che è stato fatto prima e quello che sarebbe successo dopo. I Radiohead, dopo una vasta operazione pubblicitaria condotta su scala mondiale, avrebbero permesso di scaricare il loro ultimo lavoro, *In Rainbows*, direttamente dal sito web ufficiale della band ad un prezzo deciso liberamente dai loro fan, ad offerta libera. Anche gratis. Come si può ben immaginare, questo meccanismo di commercializzazione comportava un elevato rischio di ottenere un ricavo nullo. Non a caso non era mai stato utilizzato per vendere un'opera nella sua totalità, ma al massimo per lanciare un singolo brano, rimandando poi chiunque fosse interessato ad acquistare il CD ad un negozio tradizionale oppure online.

Fatta questa premessa, hanno fatto molto riflettere, perché apparentemente del tutto fuori luogo rispetto ad un progetto commerciale facilmente etichettabile come suicida, le reazioni preoccupate delle cosiddette *major* musicali: se a loro avviso non ci fosse stato un reale pericolo (economico ovviamente) e se, come hanno sempre dichiarato, era davvero una operazione senza speranza condotta da un manipolo di ragazzi inglesi che si erano montati un po' troppo la testa, perché tanto rumore?

I Radiohead ci hanno sempre tenuto a presentarsi e a farsi classificare quale band *fuori dagli schemi*, nel senso che si sono sempre discostati di molto dai circuiti prettamente commerciali, cercando in questo modo di raggiungere un pubblico sempre più ampio di ascoltatori sofisticati, dall'orecchio attento non solo alle note, ma anche al messaggio. Sono riusciti, nel corso degli anni, a creare con i propri fan un circuito emotivo molto forte, non banale. Per questo e altri motivi non avrebbero potuto tradire questo loro carattere distintivo, costruito ad arte, con una operazione commerciale tanto mediocre. L'iniziativa di vendere tutte le loro ultime canzoni ad offerta libera, pertanto, non era una cosa buttata lì tanto per fare rumore, ma studiata a tavolino.

Lo scambio di battute tra la band e i manager delle case discografiche, le analisi degli esperti di marketing di mezzo mondo, le dichiarazioni concitate di ammirazione o di biasimo di molti loro famosi colleghi, hanno ispirato la serie di riflessioni (più o meno sensate, al lettore il giudizio) contenute in questo testo. Tali considerazioni hanno l'obiettivo dichiarato di ridare un ordine al tutto, di mettere a fuoco i fatti per coglierne le implicazioni più profonde con l'ausilio di una branca della matematica sconosciuta ai più, molto lontana dalle equazioni e dai grafici che si è abituati ad immaginare, ma molto più vicina di quanto si possa pensare alla vita di tutti i giorni: la *teoria dei giochi*. Ma qual è il *fil rouge* che collega una delle più affermate *indie band* inglesi a questa affascinante e poco nota teoria logico-matematica?

Chi avrà la pazienza e, si spera, il piacere di leggere le pagine che seguono, alla fine del libro ne saprà un po' di più sia sui Radiohead che sulle grandi possibilità che si hanno, facendo le *mosse* giuste, di guadagnare grandi cifre dicendo -senza necessariamente mentire - di essere disposti *anche* a regalare qualcosa a cui teniamo particolarmente. Esattamente come hanno fatto i Radiohead con il loro disco *In Rainbows*. Viaggiando dagli antichi babilonesi fino ai nostri giorni, sfruttando la presunta saggezza di Re Salomone e le intuizioni di Charles Darwin, descriveremo non solo l'origine della *teoria dei giochi*, ma anche il come, il dove e soprattutto il perché essa possa essere applicata con successo in settori anche molto distanti tra loro.

Affronteremo questo intrigante percorso senza mai scendere nel formalismo matematico, rimandando il lettore più curioso a testi specializzati, dando il necessario risalto anche alle sue (apparenti) *contraddizioni* e *controindicazioni*.

Giocare è una cosa seria

Tutti, piccoli e grandi, magari da soli o insieme ai nostri amici, utilizzando un sofisticato videogioco o un semplice pallone, abbiamo fatto l'esperienza del gioco. E questo può essere considerato vero per tutti, a tutte le latitudini e in ogni epoca storica.

Le cose che accomunano questa varietà di esperienze possono però essere ridotte fondamentalmente a sole due: *i giocatori*, coloro che prendono parte al gioco ognuno con un proprio obiettivo -che talvolta può coincidere con quello degli altri, a volte no- e un insieme di *regole* che descrive ciò che i giocatori possono e non possono fare durante il gioco stesso.

È possibile allora dare una prima importante definizione: la *teoria dei giochi* è quella branca della matematica che studia in modo formale le *situazioni decisionali interattive*, cioè i contesti nei quali i guadagni di ogni individuo, che possono essere economici o di altro tipo, dipendono non solo dalle proprie azioni ma anche da quelle altrui. Pertanto ogni circostanza che rispecchia tali caratteristiche può essere studiata con questo particolare strumento logico che, già all'inizio del nostro percorso, ci regala una prima bella novità: al posto delle *solite* teorie matematiche, con cui magari ci siamo scontrati a scuola e all'università, che potevano sembrare pure elucubrazioni mentali fini a sé stesse (a cosa mai mi può servire saper risolvere una equazione di secondo grado oppure, alzando un po' il tiro, una equazione differenziale o un integrale?) ci troviamo ad avere a che fare con qualcosa che si occupa da vicino delle scelte che quotidianamente, interagendo con gli altri, ci troviamo a fare.

Ovviamente il più delle volte non ce ne rendiamo conto, non schematizziamo ogni cosa in termini di causa ed effetto, ma agiamo spinti piuttosto dall'intuito o dall'esperienza. Questa definizione molto generale della *teoria dei giochi*, come si può ben immaginare, consente di adattarla ad una miriade di situazioni economiche, politiche e sociali: concorrenza e collusione tra imprese, organizzazione d'impresa, contrattazione, aste, gare d'appalto, interazione tra scelte di politica economica di un governo e scelte dei consumatori, lavoratori e imprese, scelte di politica internazionale, conflitti militari. Mica male, vero?

Per comprendere più facilmente come essa possa esserci di aiuto nel nostro percorso, però, dobbiamo dare almeno un'altra definizione importante. La terza che ci può essere utile - si perché quella di *gioco* e *giocatore* le abbiamo già date - è quella di *strategia:* essa definisce il modo in cui un giocatore reagisce alle diverse circostanze che si possono verificare durante l'interazione con gli altri.

Quante volte ci siamo scoperti a pensare quale carta conviene buttare sul tavolo considerando ciò che i nostri avversari avevano già giocato o quali carte erano già uscite? In quel preciso momento stavamo elaborando una nostra strategia di gioco, un modo, quanto più possibile intelligente, di fare una mossa *in risposta* a quello che stava succedendo intorno a noi. Estendendo il concetto e applicandolo ad altre situazioni potremmo interpretare sotto un'ottica diversa perfino le strategie militari: anche in questo caso, infatti, possiamo parlare di una serie possibile di risposte ad uno o più eventi accaduti, o che si presume accadranno, nell'interazione tra due eserciti -anche se in questo caso parlare di gioco potrebbe sembrare un po' fuori luogo-.

Ovviamente va precisata una cosa, anche se può apparire scontata: stiamo supponendo che le strategie elaborate da ogni giocatore siano tali che, almeno nelle intenzioni, possano condurre al raggiungimento dell'obiettivo che ognuno di essi si è prefissato, cioè alla vittoria del gioco stesso. Tornando all'esempio appena fatto, è logico supporre che ogni esercito cercherà di elaborare strategie tali da condurre alla vittoria della battaglia, non alla propria sconfitta. Più precisamente possiamo dire che ci aspettiamo che un giocatore si sforzi di praticare delle scelte razionali (che perseguano cioè l'obiettivo di vincere) e che formuli ipotesi sulle strategie altrui al fine di prevedere le conseguenze delle proprie scelte e, quindi, determinare il piano d'azione migliore.

In generale le supposizioni sui comportamenti degli avversari non sono completamente arbitrarie: si può cercare di dedurle da ipotesi sulla *razionalità* (tutti i giocatori vogliono vincere e, quindi, faranno scelte che possano condurli al raggiungimento di questo obiettivo) e su ciò che è noto -la *conoscenza* - dei giocatori (in una partita di scacchi, ad esempio, si possono muovere le pedine solo seguendo alcune regole e si può osservare la posizione delle pedine dell'avversario).

Altre volte ancora, le ipotesi sugli avversari si possono ottenere mediante una generalizzazione induttiva, sfruttando cioè le proprie esperienze pregresse in situazioni simili: come si è comportato il mio avversario nelle partite precedenti in situazioni analoghe a quella che si sta presentando adesso? La derivazione di queste *congetture* sulle strategie degli altri giocatori per determinare il miglior piano di gioco possibile è detta *ragionamento strategico.*

Ovviamente non tutte le possibili situazioni interattive in cui possiamo trovarci coinvolti, siano esse veri e propri giochi oppure situazioni più complesse, hanno le stesse caratteristiche. Ad esempio, non sempre è possibile osservare tutto ciò che succede in una interazione molto complessa e, allo stesso tempo, è possibile effettuare la propria scelta solo dopo che gli altri hanno già fatto la propria. Ad esempio, potrei non riuscire a ricordarmi tutte le carte che sono già uscite in una partita a molti giocatori e, comunque, per giocare le mie devo necessariamente aspettare che arrivi il mio turno.

La prima classificazione che si può fare, quindi, è molto intuitiva ed è relativa ai *movimenti osservabili*: in base ad essa un gioco lo si può considerare come *statico* o *dinamico*. Alla prima categoria appartengono tutte quelle circostanze in cui i giocatori fanno la loro mossa *contemporaneamente*[1] - si pensi ad esempio al gioco della morra - mentre ai giochi dinamici appartengono tutte quelle situazioni in cui le scelte vengono prese in modo sequenziale - si pensi alla dama-.

Come già si accennava prima, anche questa prima schematizzazione potrebbe essere applicata a moltissime situazioni dell'agire umano, ma per rendere più intuitivo il discorso continueremo a fare esempi di veri e propri giochi, utili ad illustrare concetti facilmente estensibili ai più disparati scenari.

Essendo tale *teoria* utilizzata per produrre analisi, spiegazioni e, nei limiti consentiti, predizioni essa dovrà consentire, dopo aver fornito gli strumenti necessari alla loro formalizzazione, dei metodi per *risolvere* i giochi. E qui c'è un'altra grande novità che questa teoria ha apportato nel mondo matematico e non solo: generalmente al gioco si associa il concetto di vittoria, presumibilmente di uno dei due contendenti, o di una delle due squadre, se pensiamo ad esempio ad una partita di pallavolo.

Questa disciplina ci suggerisce però un altro concetto, sotto certi punti di vista più esauriente: quello di *soluzione*. Per comprendere cosa voglia dire determinare le soluzioni di un gioco piuttosto che vincerlo, è necessario introdurre un appropriato *concetto di soluzione* ed applicarlo alla situazione in questione. Potremo a quel punto dire ai nostri amici non tanto che siamo in grado di dire chi vincerà la partita di calcetto, ma sicuramente come essa potrebbe essere risolta.

La forma è la sostanza

Abbiamo già detto come il punto di partenza della *teoria dei giochi* consista nella descrizione formale di contesti interattivi. Per farlo essa utilizza dei concetti rigorosi di natura insiemistica quali insiemi, funzioni, relazioni d'ordine e, secondariamente, di natura numerico-quantitativa (vincite,

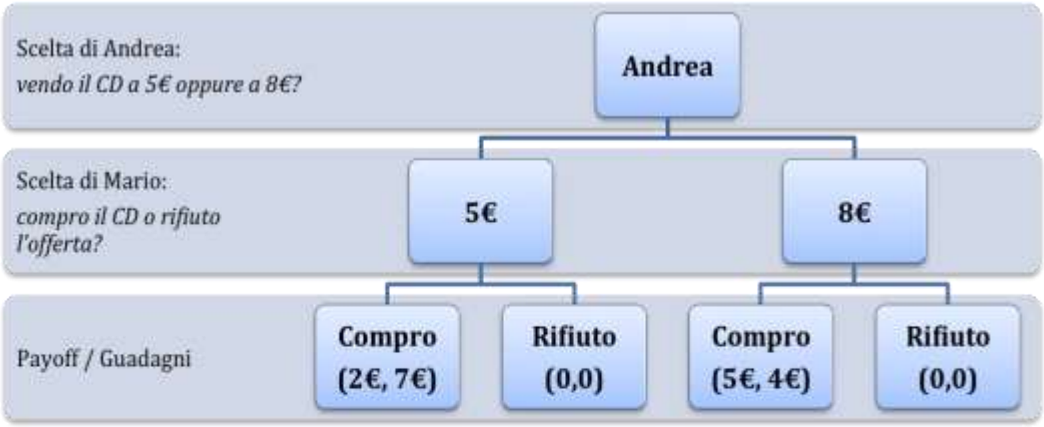
[1] Sul concetto di contemporaneità si tornerà approfonditamente nei paragrafi seguenti.

probabilità, utilità). Approfondire tali strumenti matematici risulta fuori luogo in questo testo. Là dove necessario, però, si daranno le indicazioni e i suggerimenti necessari per superare questi piccoli ostacoli di tipo formale.

Quando le azioni dei giocatori sono determinate sequenzialmente, siamo quindi in un contesto dinamico, il formato di solito utilizzato per rappresentare il gioco corrispondente è la cosiddetta *forma estesa.* Di seguito viene riportato un semplice esempio che può aiutarci a chiarire, anche graficamente, quali interazioni possano occorrere tra due persone in una situazione tutto sommato molto diffusa.

Consideriamo il caso più semplice in cui, in ogni momento, ogni persona coinvolta è in grado di osservare tutte le mosse che vengono effettuate e ricorda tutte le mosse precedenti: ci troviamo cioè in una situazione caratterizzata da *informazione perfetta*.

Immaginiamo dunque che Andrea sia intenzionato a vendere un suo CD a Mario e che quest'ultimo stia ancora valutando se comprarlo o meno. Semplificando al massimo le cose, si può pensare che Andrea possa chiedere cinque euro (5), oppure otto (8) in cambio del CD, mentre Mario può solo accettare l'offerta (*a*) oppure rifiutare (*r*), senza poter contrattare il prezzo. Ovviamente per ognuno dei due giocatori lo stesso oggetto, il CD in questione, avrà un valore monetario diverso, determinato da diversi fattori: il valore emotivo, la disponibilità economica, la reale volontà di acquistare e/o di vendere l'oggetto stesso, etc. Supponiamo allora che il valore che l'oggetto ha per Andrea (V_A) sia pari a 3€ e che per Mario, invece, il valore dello stesso oggetto (V_M) sia pari a 12€. Possiamo rappresentare il gioco con il seguente diagramma ad albero (la cosiddetta *forma estesa*):



Come si può vedere nella figura, alle radici di questo albero si trovano dei valori racchiusi tra parentesi tonde e separati da una virgola. Tali numeri sono quelli che in *teoria dei giochi* vengono chiamati *payoff*, cioè i guadagni dei giocatori.

Considerando tutti i casi possibili, cioè ognuna delle quattro radici del nostro albero, vediamo quali informazioni è possibile ricavare da questa schematizzazione. Quando Andrea chiede 5€ per il CD, Mario può accettare l'offerta oppure rifiutarla. Se accetta, prima radice a sinistra, abbiamo quali payoff i valori: (2€,7€). Il primo numero rappresenta la differenza 5-V_A: cioè quello che potrebbe ottenere il giocatore che ha mosso per primo, nel nostro caso Andrea. Il suo guadagno, infatti, sarà dato dai 5€ ottenuti dalla vendita del CD decurtati del valore che quell'oggetto aveva per lui, cioè 3€ (d'ora in poi, infatti, non ne sarà più in possesso), ottenendo quindi un ricavo di 2€. I 7€ che potrebbe guadagnare Mario, invece, sono dati dalla differenza V_M -5, cioè dal valore che per lui ha il CD, 12€, decurtato dei 5€ che è stato costretto a pagare per entrarne in possesso.

La seconda radice da sinistra rappresenta, invece, ciò che i due giocatori ricavano quando, a seguito dell'offerta, il secondo che ha la possibilità di effettuare la mossa decide di rifiutare: banalmente nessuno dei due guadagnerà nulla. Quindi la coppia di valori sarà: (0,0). Discorso identico si può fare per le altre due radici, a cambiare è solo la richiesta di Andrea: non più 5, ma 8 euro. In generale possiamo dunque dire che la rappresentazione in forma estesa di un gioco permette di catturare tutti gli aspetti essenziali delle sue regole specificando i giocatori, i turni di mossa e i *payoff* di chi vi prende parte.

Consideriamo ora una piccola variazione alla situazione appena vista: Andrea e Mario interagiscono, come specificato precedentemente, effettuando sequenzialmente le loro scelte secondo le regole di un gioco in forma estesa, ma sono obbligati a scegliere le mosse che attueranno nel corso della *partita* una volta per tutte all'*inizio* del gioco. In altri termini stiamo supponendo che entrambi i giocatori scelgano una strategia in modo tale che lo svolgimento del gioco venga dettato da questa scelta, senza possibilità di revisione delle scelte iniziali durante la loro interazione.

Nel nostro caso potremmo supporre che Mario decida, prima ancora che Andrea faccia la sua offerta, di *rifiutare comunque* la proposta e di non modificare la sua decisione durante il gioco stesso. Immaginiamo cioè che la sua strategia sia quella di rifiutare (*r)* per ogni possibile offerta, ad esempio perché non è sicuro delle buone condizioni del CD. In situazioni di questo tipo, quando il comportamento di chi interagisce non è determinato in modo sequenziale, ma è basato su decisioni non modificabili prese prima che il gioco cominci, può essere utile utilizzare un altro tipo di rappresentazione che specifichi, per ogni giocatore, sia l'insieme delle strategie possibili (5 oppure 8 euro per Andrea, accettare o rifiutare per Mario) che la regola, o *funzione,* che assegna ad ogni possibile risultato del gioco il corrispondente *payoff*.

Questa rappresentazione viene detta *forma strategica*. Se i giocatori sono due, questa formalizzazione può avvenire utilizzando una tabella di coppie di numeri. Nell'esempio precedente, il profilo strategico in cui Andrea offre l'oggetto per otto euro e Mario accetta l'offerta se e solo se il prezzo è basso induce il profilo di utilità (0,0): cioè la prima radice a partire da destra del nostro albero. Le strategie di Andrea coincidono con le sue azioni perché sceglie solo all'inizio del gioco. Mario, invece, dispone di due azioni possibili (accettare o rifiutare) per ognuna delle due situazioni di scelta (5 o 8 euro) e quindi le strategie, cioè i modi di assegnare un'azione per ogni situazione di scelta, risultano essere quattro:

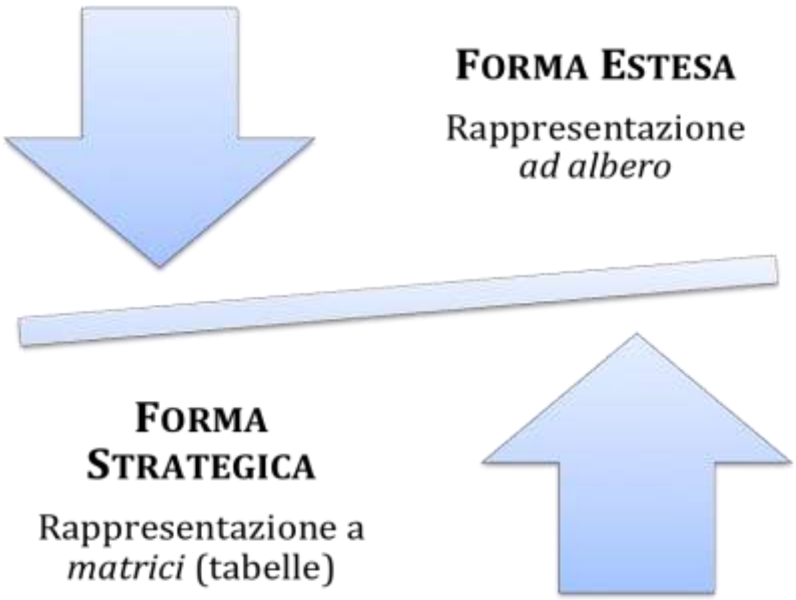
- ✓ accettare comunque, sia che la richiesta sia di 5 che di 8 euro. Questa strategia la possiamo indicare con *a-a* (accettare-accettare);
- ✓ accettare se la richiesta è di 5 euro e rifiutare se è di 8: strategia *a-r* (accettare-rifiutare);
- ✓ rifiutare se la richiesta è di 5 euro e accettare se è di 8: strategia *r-a* (rifiutare-accettare);
- ✓ rifiutare in entrambi i casi, sia che la richiesta sia di 5 che di 8 euro: *r-r* (rifiutare-rifiutare);

Nella tabella seguente vengono riportate anche le coppie di *payoff* [2] che, ovviamente, coincidono con quelle già viste nella rappresentazione ad albero: stiamo infatti modificando solo la modalità di rappresentazione del gioco, non il gioco in sé.

		Strategie di Mario			
		a-a	***a-r***	***r-a***	***r-r***
Strategie di Andrea	***5€***	(2€, 7€)	(2€, 7€)	(0,0)	(0,0)
	8€	(5€, 4€)	(0,0)	(5€, 4€)	(0,0)

[2] Analogamente a prima: il primo valore della coppia è il *payoff* del giocatore che sceglie sulle righe della tabella (Andrea) e il secondo quello del giocatore che effettua le sue scelte avendo come opzioni quelle riportate sulle colonne (Mario).

Riassumendo, le componenti di un gioco in *forma strategica* possono essere descritte da quattro elementi: i giocatori, le strategie per ognuno di essi, i possibili risultati e, da ultimo, le preferenze dei giocatori tra i possibili risultati. Potremmo immaginare che, ad esempio, Mario preferirebbe, nell'ordine: acquistare il CD ad un prezzo di 5€, acquistarlo ad un prezzo di 8€, non acquistarlo per niente. In particolare, in un gioco in forma strategica, due strategie di uno stesso giocatore si dicono *equivalenti* se danno luogo allo stesso risultato per qualsiasi combinazione delle strategie degli altri giocatori. Nel nostro esempio le strategie equivalenti sono tutte quelle in cui Mario rifiuta l'offerta: ciò che si ottiene infatti è sempre un *payoff* nullo per entrambi i giocatori, a prescindere dall'offerta iniziale.



Informare e cooperare

La descrizione formale di una situazione, cioè la sua rappresentazione mediante un *albero* o una *tabella* a seconda che si utilizzi la *forma estesa* o quella *strategica*, non è sufficiente per formulare una teoria sensata su come il gioco verrà (o dovrebbe essere) giocato.

Per fare questo è necessario ipotizzare ciò che i giocatori sanno, oltre che delle regole del gioco, anche delle preferenze altrui. Consideriamo ancora il caso appena visto. Supponiamo che Mario riesca ad attribuire un valore - che prima abbiamo indicato con V_M - al CD in questione[3]. La sua strategia razionale, in risposta all'offerta di Andrea, sarà sicuramente quella di rifiutare la proposta se il prezzo di acquisto dovesse essere maggiore di V_M e accettare in caso contrario: infatti, che senso avrebbe acquistare - ipotizziamo- a 15€ un CD che per lui ne vale 12? Pertanto, la strategia *r-a* (accettare solo se il prezzo è alto) ci appare chiaramente molto improbabile quale risposta ad una situazione di questo tipo. Ma quale delle altre tre possibili scelte risulti essere razionale dipende *esclusivamente* dal valore V_M che Mario attribuisce all'oggetto.

Se Andrea conoscesse questo valore (anche solo approssimativamente) allora per lui risulterebbe semplice dedurre -dall'ipotesi di razionalità- le risposte di Mario alle sue possibili offerte. Per chiarirci le idee, immaginiamo che per Mario il CD valga, come detto prima, 12€. Supponiamo però che Andrea sia a conoscenza di questa cosa. Sapendo che Mario è razionale, se vuole davvero vendere il CD, non gli chiederà mai un prezzo superiore a 12€ per il suo acquisto, altrimenti sarebbe sicuro di ricevere un rifiuto. Se Andrea poi prendesse in considerazione anche il valore che egli stesso attribuisce al CD, diventerà quasi banale per lui capire qual è l'offerta che gli conviene maggiormente proporre.

Da questo esempio risulta evidente come possa essere utile fare delle ipotesi sulle conoscenze *interattive* dei giocatori, ovvero su ciò che essi sanno riguardo al gioco e anche ciò che essi sanno delle conoscenze altrui. Si dice che in un gioco vi è *informazione completa* se, oltre alle regole che lo descrivono, sono di conoscenza comune anche le preferenze dei giocatori. Diversamente l'informazione è detta *incompleta*.

---

[3] Si noti che tale ipotesi per quanto possa sembrare banale nel caso in questione non è necessariamente scontata in altri contesti. Lo vedremo quando torneremo a parlare del caso dei Radiohead.

Qui è necessario aprire una piccola parentesi per evitare confusione con due termini che, di primo acchito, potrebbero confonderci nel loro significato. Abbiamo detto che la conoscenza *completa* è relativa alle regole e alle preferenze: non è stata fatta però nessuna menzione relativamente alle mosse passate effettuate dai giocatori!

Le indicazioni derivanti da queste ulteriori informazioni vanno a confluire in quella che viene indicata come informazione *perfetta*:

Ovviamente l'ipotesi di informazione completa è una idealizzazione adeguata per l'analisi dei giochi propriamente detti e di molte interessanti situazioni di interazione economica, politica e sociale. È lecito però porsi una domanda: possono esistere dei contatti tra i giocatori *prima* che il gioco abbia inizio e, quindi, *prima* che le regole stesse del gioco assumano un carattere normativo? Cioè: è possibile accordarsi su quali strategie utilizzare per ottenere determinati risultati piuttosto che altri?

La risposta più esaustiva e, contemporaneamente, la più banale possibile è la seguente: a volte si, a volte no[4]. Nella *teoria dei giochi* queste due diverse opzioni danno luogo alla distinzione tra quelli che sono detti *giochi non-cooperativi* e i *giochi cooperativi*.

Nell'ultimo caso è possibile per i giocatori stipulare prima della partita accordi *vincolanti* sulle strategie da adottare. Se invece non è possibile farlo, si dice che il gioco è *non cooperativo*. La *teoria dei giochi* moderna è focalizzata soprattutto su questi ultimi per diversi motivi: in particolare non è detto che sia possibile comunicare prima che il gioco abbia inizio e poi, anche se la comunicazione fosse possibile, non è detto che sia possibile stipulare accordi vincolanti tra le parti coinvolte. Per semplicità nella trattazione, e anche considerando ciò che in realtà ci serve conoscere per raggiungere l'obiettivo che ci siamo proposti, in queste pagine si farà riferimento ai soli giochi non cooperativi.

Il ragionamento strategico

Qualche volta magari ci è capitato, in qualche sera di inverno oppure quando si è soli a casa e proprio non si sa cosa fare, di prendere in mano le carte e fare un solitario. In questo caso è ancora lecito parlare di *teoria dei giochi*?

La definizione data in precedenza è stata abbastanza chiara: essa tratta le situazioni *interattive* tra due o più giocatori che, in questo caso, sono palesemente assenti. Per quale ragione allora porsi questa domanda? La risposta risiede nell'importanza, a questo punto del nostro breve percorso, del ruolo ricoperto dalla *teoria delle decisioni*.

Oggetto di studio di questa teoria, più che la situazione interattiva, è il processo decisionale in sé. Attraverso l'analisi del comportamento degli

[4] C'è anche una terza possibilità: quella in cui l'accordo è vietato ma lo si fa lo stesso. Questa pratica, riconosciuta universalmente con il termine di truffa o con la pratica del barare, non è oggetto di una trattazione matematica formale. Come si vedrà nel seguito, un discorso diverso si può invece fare per il cosiddetto *bluff*.

attori (individui o gruppi) *coinvolti* nel processo che si osserva, essa procede all'esame dei soli meccanismi decisionali. In altre parole l'obiettivo primario di questa teoria è la determinazione di quali strategie possano essere considerate razionali, cioè coerenti sia con le preferenze del giocatore rispetto ai possibili esiti del gioco che con le credenze che egli ha relativamente alle variabili che non può controllare, compreso il comportamento altrui. Infatti anche queste ultime, pur avendo natura estremamente soggettiva, sono in tutto o in parte derivabili dal ragionamento strategico.

Il problema decisionale di un generico giocatore può dunque ammettere la seguente rappresentazione: scegliere un piano d'azione (strategia) tenendo conto del fatto che le conseguenze delle sue scelte dipendono anche da una combinazione di variabili non note e non controllabili dal giocatore stesso, incluse le strategie degli altri giocatori. In base alle congetture standard della *teoria delle decisioni*, è possibile riformulare la questione come segue: un giocatore *razionale* è tale se sceglie la strategia che massimizza la sua *utilità attesa*.

Questa utilità è calcolata associando ai valori che possono assumere tutte le variabili non direttamente controllate dal giocatore, ma che possono influenzare il risultato del gioco stesso, delle probabilità di accadimento *soggettive*, partendo dalle informazioni di cui si dispone.

Per chiarirci un po' le idee: supponiamo di dover fare una sfida ai rigori con un nostro amico portiere. Chi segna vince una birra. Supponiamo che, da esperienze precedenti, siamo a conoscenza del fatto che il nostro amico ha una naturale propensione a tuffarsi alla nostra destra. Ciò che concluderemo, essendo giocatori razionali, è che *molto probabilmente* anche questa volta si tufferà in quella direzione. Ciò non si significa che ne siamo sicuri al 100%, ma che siamo fiduciosi che ciò possa facilmente accadere. Tra le varie opzioni che si prestano al nostro gioco (tirare alla nostra destra, tirare centrale oppure alla nostra sinistra, dando per scontato che siamo almeno in grado di centrare lo specchio della porta) sceglieremo di tirare alla nostra sinistra (o al massimo al centro) perché è molto più probabile che, così facendo, si riesca a massimizzare l'utilità, cioè a segnare e quindi vincere la birra.

Un'altra scelta, date le informazioni in nostro possesso, sarebbe sicuramente più irrazionale, pur non precludendo del tutto le possibilità di segnare e di vincere. Fatto questo necessario excursus che ci ha permesso di acquisire un po' di familiarità con la terminologia di base della teoria, possiamo iniziare ad osservare un po' più da vicino alcuni giochi a cui, come ci si renderà conto, prendiamo parte molto spesso senza per questo averne piena consapevolezza.

GIOCHI MIMETIZZATI

In questo capitolo descriveremo più nel dettaglio una particolare classe di giochi: quelli statici o *simultanei*. Considereremo cioè i giochi in cui i giocatori, contemporaneamente, scelgono le loro azioni e ricevono il loro *payoff* a seconda delle combinazioni delle azioni scelte.

Nella classe dei giochi statici restringeremo l'attenzione ai giochi con *informazione completa*. Questo significa dire che la funzione di *payoff* dei giocatori (la funzione che determina il loro guadagno a seconda della combinazione di azioni scelte) è nota a tutti. È bene però soffermarsi su un particolare non trascurabile: la simultaneità della scelta dei giocatori non è da intendersi esclusivamente nel senso temporale.

In tal caso, infatti, dovremmo avere solo situazioni in cui le scelte vengono effettuate nello stesso preciso istante, come siamo abituati ad esempio a vedere nel gioco della morra cinese. Immaginiamo, invece, che i due giocatori di morra vengano condotti in due stanze diverse, senza nessuna possibilità di interagire tra di loro. Potremmo chiedere al primo di fare la sua scelta (carta, forbice, sasso) e poi, spostandoci nell'altra stanza, chiedere all'altro giocatore di scegliere la propria mossa (ancora: carta, forbice, sasso).

A questo punto noi saremmo in grado di stabilire quale dei due ha vinto, sebbene i due giocatori non abbiano fatto la loro scelta in modo sincrono. Pertanto, più in generale per parlare di scelte simultanee e, quindi, di giochi statici, è sufficiente che ogni giocatore scelga la propria strategia *senza conoscere le scelte effettuate dagli altri*. Si riportano qui di seguito alcuni semplici ma significativi esempi di interazioni simultanee che ci aiuteranno meglio ad intuire come questo tipo di schematizzazione possa descrivere una miriade di situazioni, anche nella nostra vita di tutti i giorni.

Il Leviatano

La causa finale, il fine o scopo degli uomini è la previsione della propria conservazione e di una vita più contenta, cioè a dire il desiderio di uscire da quella miserabile condizione di guerra, che è la conseguenza necessaria delle passioni naturali degli uomini, quando non v'è un potere visibile per tenerli a freno e per costringerli, con stimolo della punizione, a mantenere i loro patti e ad osservare le leggi di natura. Poiché le leggi di natura - come la giustizia, l'equità, la modestia, la pietà, ed infine il fare agli altri quello che vorremmo fosse fatto noi - in se stesse, senza il terrore di un qualche potere, che le faccia osservare, sono contrarie alle nostre passioni naturali, che ci trascinano alla parzialità, all'orgoglio, alla vendetta e simili; ed i patti, senza la spada, non sono che parole, senza alcuna forza per rendere sicuro un uomo[5].

Il Leviatano, pubblicato nel 1651, è probabilmente il libro più conosciuto di Thomas Hobbes, filosofo britannico vissuto a cavallo tra il 1500 e il 1600. La sua idea è che le società umane siano alleanze rese necessarie dal contenimento del violento stato di natura fondato da un lato

[5] da Thomas Hobbes Leviatano, Biblioteca filosofica Laterza, Roma-Bari, 1974. Cap. XVII.

sull’aggressione contro tutti e, dall’altro, sulla paura di chiunque: una situazione da vero e proprio dilemma.
Negli anni ‘50, Albert W. Tucker, matematico statunitense, ha ideato un problema che è entrato a far parte della storia della *teoria dei giochi* e che, per alcuni versi, richiama le stesse problematiche che già secoli prima Hobbes stesso aveva sollevato.
L’aneddoto associato alle sue considerazioni è fondamentalmente il seguente: due individui, diciamo sempre i nostri Andrea e Mario, sono stati arrestati per lo stesso reato e vengono interrogati separatamente dal giudice; viene loro detto che se uno dei due denuncia l’altro fornendo delle prove riceverà una taglia e sarà liberato, mentre il complice sarà condannato alla pena intera; se però entrambi si denunciano a vicenda, allora entrambi saranno condannati alla stessa pena, anche se ridotta. Da ultimo, se nessuno dei due accusa l’altro entrambi saranno condannati ad un anno.
Le pene (che in questo caso sono da considerarsi come i *payoff* del nostro gioco) vengono riportate nella tabella seguente, la forma strategica del gioco in esame:

		Mario	
		Denuncia (D)	***Non denuncia (N)***
Andrea	***Denuncia (D)***	2,2	0,3
	Non denuncia (N)	3,0	1,1

Anche in questo caso, così come abbiamo visto negli esempi precedenti, dei due numeri che in ogni casella rappresentano i *payoff* dei giocatori, il primo è il risultato del gioco per chi effettua le sue scelte sulle righe della tabella (Andrea), il secondo invece è il *payoff* di Mario, che sceglie sulle colonne. Così ad esempio, la coppia di numeri che si ottengono quando Andrea decide di denunciare l’altro sospettato (D) e Mario sceglie di non denunciare (N) corrisponde alla coppia di valori (0,3) che significa che Andrea non verrà condannato (0 anni di carcere e in più avrà la ricompensa) mentre Mario subirà una condanna a 3 anni.

Anche qui è possibile stabilire un ordine di preferenza rispetto a quanto può succedere in questa particolare circostanza. In particolare *per ogni* giocatore sarà meglio, nell’ordine: denunciare quando l’altro non lo fa (D-N), che nessuno dei due denunci (N-N), denunciare quando l’altro lo fa (D-D), in modo da prendere almeno una pena ridotta.

La peggiore tra tutte le ipotesi è per ciascun giocatore essere denunciato dall’altro senza aver denunciato (D-N): in questo modo infatti sarebbe condannato a scontare la pena intera senza possibilità di appello. Come si può notare dalla situazione appena descritta, adottando comportamenti speculari, i due giocatori ottengono gli stessi risultati (anni di carcere). In tutte le circostanze in cui questa osservazione è vera si può parlare di *giochi simmetrici*.

Questo problema e tutte le situazioni che ad esso possono essere ricondotte vengono indicate in letteratura con la dicitura *dilemma del prigioniero*. Analizzandolo un po’ più nel dettaglio possiamo meglio capire dove e perché nasce il dilemma.

Da un lato la non cooperazione (non ti faccio nessun favore perché non sono sicuro che poi tu lo farai a me) è la sola scelta razionale, dall’altro la cooperazione (ti faccio un favore sperando che anche tu farai lo stesso con me) è più desiderabile perché se nessuno dei due denuncia l’altro si realizza una situazione migliore per entrambi.

Questo *aut-aut* formalizza quindi un conflitto fra razionalità ed interesse, che sembra essere tipico di molte situazioni concrete. Nel melodramma, ad esempio, questo dilemma è stato sublimemente descritto nella Tosca di Puccini. Il libretto dell’opera racconta che il barone Scarpia, messo a capo della polizia borbonica dopo la fallita e breve esperienza repubblicana guidata dalle truppe napoleoniche, condanna a morte per alto tradimento il pittore Cavaradossi, amante della famosa cantante d'opera romana Floria Tosca.

A quest'ultima viene però offerta una *chance*: in cambio di una notte d'amore, il barone si sarebbe impegnato a salvare il suo amante dalla fucilazione. Tosca chiede a Scarpia, in cambio di ciò che egli pretende, un salvacondotto per Cavaradossi e per sé. Scarpia acconsente, ma precisa che non avendo egli la facoltà di graziare il suo amante occorrerà comunque simularne la fucilazione, con un plotone che sparerà a salve.

Non appena Scarpia compila il salvacondotto, Tosca impugna un coltello e lo uccide. Immediatamente si reca dal suo amato raccontandogli tutto e lo esorta a fingersi colpito quando il plotone di esecuzione sparerà. Ma Scarpia l'ha ingannata. La scarica dei soldati uccide Cavaradossi e Tosca disperata si getta nel Tevere. Tralasciando le emozioni che la storia ci ispira, possiamo sicuramente dire che sia Tosca che Scarpia si comportano entrambi in modo razionale. Vediamo perché.

Schematizzando la situazione come un gioco (nel senso che ci siamo detti finora) possiamo descrivere quali sono le strategie possibili per i nostri due giocatori: Tosca potrà solo collaborare con Scarpia (C), e quindi concedergli una notte d'amore, oppure no (N) e ucciderlo. D'altro canto Scarpia può far caricare i fucili a salve, decidendo quindi anch'egli di collaborare (C) oppure far fucilare Cavaradossi tradendo ciò che aveva detto (N).

In ordine decrescente di preferenza Tosca ha le seguenti possibilità: salvare Cavaradossi senza concedersi (N-C), salvare l'amante cedendo (C-C), non salvare l'amante senza però cedere (N-N) e non salvare Cavaradossi pur cedendo (C-N). A dimostrazione del fatto che anche per Scarpia l'ordine di preferenza è lo stesso -è un gioco simmetrico- possiamo considerare che egli consideri più vantaggioso, nell'ordine: avere una notte d'amore con Tosca facendo fucilare Cavaradossi (N-C), salvare l'amante di Tosca e riuscire a possederla C-C, uccidere Cavaradossi senza che Tosca gli si conceda (N-N) e, quale cosa peggiore, salvare l'amante di Tosca senza che questa gli si conceda (C-N).

Quindi, anche in questo caso, come nel dilemma del prigioniero, la scelta è tra la razionalità e l'interesse del singolo. Tosca e Scarpia decidono entrambi per la razionalità: lei lo pugnala prima di concederglisi e lui l'ha già tradita dando l'ordine di fucilare l'amante. Nella vita reale questi dilemmi si presentano ogni volta che non si aiuta qualcuno per il timore che poi lui non ricambierà l'aiuto oppure quando si decide di non fare l'azione giusta temendo che anche gli altri non la faranno.

Casi tipici sono le situazioni in cui nessuno dei due contendenti è disposto a fare il primo passo per il raggiungimento di un benessere comune: i negoziati di pace tra israeliani e palestinesi, oppure i comportamenti sociali che provocherebbero benessere solo se fossero generalizzati come non pagare tangenti o il "pizzo", pagare (tutti) le tasse per pagarne (tutti) meno, non ricorrere alle raccomandazioni, e così via. È opportuno però fare una piccola ma importante digressione su questo concetto di cooperazione: essa risulta vantaggiosa per i due (gruppi di) giocatori, ma non è detto che lo sia per l'intera società. Pensiamo ad esempio al petrolio.

Le compagnie petrolifere potrebbero "darsi battaglia" per vendere il loro prodotto ad un prezzo più basso di quello degli altri concorrenti per allargare la propria base di clienti. Questo atteggiamento non cooperativo (tra le compagnie) avrebbe un impatto sicuramente positivo sulla società. Discorso diverso, invece, si dovrebbe fare se esse decidessero di cooperare tra loro per non ridurre i prezzi, ma aumentando costantemente il costo del carburante a danno dei consumatori. Anche questa sarebbe cooperazione! Ma per fortuna stiamo ragionando per assurdo. O no? Un altro dilemma.

Gioventù bruciata

James Dean non ha interpretato molti film, in realtà solo tre, ma tanto è bastato a farlo entrare nel mito e capostipite della generazione dei giovani “maledetti”. Nel suo film più famoso, *Rebel Without a Cause*, letteralmente "ribelle senza motivo" tradotto poi in italiano con *Gioventù Bruciata*, interpreta Jim Stark, un adolescente che per emergere tra gli studenti della scuola in cui si era appena iscritto e per far colpo sulla bella Judy non si sottrae alla sfida lanciatagli dal capo indiscusso della banda, tale Buzz: fare una corsa di notte con delle auto rubate su un rettilineo che termina sull'orlo di un precipizio. Vince chi, lanciato a folle velocità, smonta per ultimo dall'auto in corsa prima di precipitare nel burrone.

Questa assurda corsa, detta *chicken run* a causa del fatto che chi salta fuori dall’auto prima dell’altro viene etichettato quale fifone, *un pollo*, ci permette di schematizzare ancora una volta una situazione che, in termini astratti, possiamo ritrovare molto spesso nella nostra vita di tutti i giorni.

Una modifica non sostanziale venne fatta dal grande matematico, logico e filosofo Bertrand Russell. Nella sua opera *Common Sense and Nuclear Warfare* del 1959, egli descrisse la tensione esistente tra Stati Uniti e Unione Sovietica come una corsa tra due adolescenti degenerati le cui due auto vengono dirette l’una contro l’altra a tutta velocità. In questo perverso gioco vince chi non vira per evitare il pericolo.

Il ragionamento di ciascun giocatore si può riassumere nel seguente modo: la migliore delle situazioni è che io non cooperi e lui si (N-C), così io vinco e lui è considerato un pollo; se io coopero è meglio che anche lui lo faccia (C-C), così che io non faccia la figura del fifone da solo. Se comunque lui non coopera è meglio che sia io a farlo (C-N), per evitare di schiantarmi e, presumibilmente, morire. La non cooperazione di entrambi (N-N) è la peggiore delle ipotesi perché assicura i danni maggiori a entrambi.

La forma strategica del gioco, assumendo ancora una volta dei valori arbitrari per i *payoff*, ma tali da rispettare l'ordine di preferenza dei giocatori appena vista, è:

		Jim	
		Coopera (C)	***Non Coopera (N)***
Buzz	***Coopera (C)***	2,2	1,3
	Non Coopera (N)	3,1	0,0

Si può banalmente notare come, in questo caso, la cooperazione risulti essere la strategia meno rischiosa. Nella vita di tutti i giorni ci si trova in situazioni analoghe ogni volta che ci comportiamo in modo cinico, quando cioè non aiutiamo gli altri nella speranza però che gli altri aiutino noi o quando si sbaglia, sapendo di sbagliare, sperando che gli altri non facciano altrettanto.

Casi concreti possono essere le sfide in cui uno dei due contendenti gioca il tutto per tutto nella speranza che l'altro ceda, rischiando comunque il disastro (si pensi alla crisi di Cuba tra Kennedy e Kruscev[6], il braccio di ferro tra le BR e il Governo italiano durante il sequestro Moro, la guerra tra israeliani e palestinesi, ecc.) oppure quando ci si comporta in modo asociale, sperando di essere gli unici a farlo per ricavarne il maggior utile possibile (utilizzare la corsia di emergenza in autostrada, rubare, imbrogliare agli esami, ecc.).

Elena e Paride

Una leggenda narra dell'invenzione della morra da parte di Elena di Troia intenzionata a giocare con il suo amante Paride e farlo perdere

[6] Una ricostruzione accurata del delicato ragionamento strategico di questa crisi, almeno dal punto di vista statunitense, è riportata nel libro *Thirteen Days* di Robert Kennedy oltre che nell'omonimo film diretto da Roger Donaldson nel 2000.

(evidentemente poco dopo la fuga con lui la passione si era già spenta). Ne troviamo testimonianza anche su un’antica e famosa anfora a figure nere creata dal pittore e vasaio Exekias nel VI secolo a.C. e conservata nei Musei Vaticani: vi sono rappresentati Achille e Aiace che, accantonate temporaneamente le armi durante il lungo assedio troiano, si concedono un'attività ludica giocando alla morra. I due eroi seduti su bassi sostegni si curvano verso un basamento protendendo le mani destre nel leggere i punti realizzati nel gioco, rispettivamente quattro e tre, come specificato dalle iscrizioni che sembrano fuoriuscire a mo' di fumetto dalle loro bocche.

Vi era poi la consuetudine delle donne spartane di ricorrere a tale gioco per conoscere la fortuna in amore. Non si conosce il termine preciso con cui la morra veniva designata nell’antica Grecia, tuttavia è noto che la pratica del “tirare a sorte” contrassegnava particolari momenti non solo della vita privata ma anche di quella associativa, coinvolgendo le sfere religiosa, politica e militare.

Le origini del termine "morra" realisticamente derivano dal latino *murris* (traducibile come mucchio, cumulo di pietre) sebbene gli antichi romani chiamassero il gioco *micatio*, termine che derivava dal verbo *micare* (saltellare) e che faceva riferimento a *digitis* (le dita). La versione *murris* è attendibile anche perché probabilmente i pastori erano stati i primi a giocarlo, stando seduti su pietre dove sorvegliavano i propri greggi di pecore. Tuttora in Abruzzo, Molise e Basilicata, un tempo terre di pastori, l'espressione *morra di pecore* viene usata per indicare un gregge racchiuso in un'area delimitata da muretti di pietre così come una *morra di persone* indica un insieme rumoroso e confusionario di gente, caratteristiche che spesso contraddistinguono questo gioco.

La variante attualmente più nota della morra è quella cinese: i giocatori compiono gesti convenzionali della mano, per rappresentare la pietra (pugno chiuso), che spunta le forbici (indice e medio protesi e disgiunti), che tagliano la carta (mano distesa) che, infine, avvolge la pietra. I due giocatori scelgono ciascuno simultaneamente un oggetto da mimare: se indichiamo con 1, 0, -1 rispettivamente il valore della vittoria, del pareggio e della sconfitta per i due giocatori (supponiamo Elena e Paride) e con *C, F, P* rispettivamente la scelta di mimare carta, forbici e pietra, possiamo rappresentare anche questa interazione con la seguente tabella:

		Paride		
		C	***F***	***P***
	C	0,0	-1,1	1,-1
Elena	***F***	1,-1	0,0	-1,1
	P	-1,1	1,-1	0,0

Come si vede, anche in questo caso abbiamo a che fare con un gioco simmetrico e le situazioni di pareggio risultano essere tutte quelle in cui i due giocatori attuano la stessa strategia ottenendo valori di utilità dati dalle coppie di valori (0,0).

Rousseau e la caccia al cervo

La prima persona che, avendo cinto un terreno, ha proclamato questo è mio, ed ha trovato altri così ingenui da credergli, è stato il vero fondatore della società civile. Quanti delitti, quante guerre, quanti assassini, quante miserie, quanti orrori avrebbe risparmiato al genere umano qualcuno che, strappando i pali o colmando il fosso, avesse gridato ai suoi simili: ”Guardatevi dall’ascoltare questo impostore. Se dimenticherete che i prodotti sono di tutti, e che la terra non è di nessuno, voi sarete perduti.”

Questa è una delle più famose parti del *Discorso sull'origine e i fondamenti dell'ineguaglianza tra gli uomini*, scritto da Rousseau nel 1755. La sua idea era che le società umane fossero una evoluzione delle temporanee alleanze degli uomini primitivi rese necessarie per dare la caccia ai grandi animali sui quali un singolo individuo non avrebbe potuto avere la meglio. Il suo desiderio era la creazione di uno stato civile giusto che fosse in grado di emendare i danni morali e materiali in cui l'uomo si dibatte: un progetto che fu poi concretamente analizzato ed esposto nel *Contratto Sociale* in cui afferma la necessità di "trovare una forma di associazione che difenda e protegga, mediante tutta la forza comune, la persona e i beni di ciascun associato e per mezzo della quale ognuno, unendosi a tutti, non obbedisca tuttavia che a sé stesso e rimanga libero come prima"[7].

Non vi sarebbero, quindi, dei diritti di natura divina e stabili, ma diritti che nascono con l'istituzione di un patto, sempre diverso a seconda del momento storico, del luogo geografico, del numero di sottoscriventi e dei bisogni da soddisfare che persegua la regola d'oro del vivere civile: *non fare agli altri ciò che non vorresti che fosse fatto a te*.

Il contrattualismo così inteso, se visto in profondità, per quanto democratico e idilliaco possa sembrare è un "atto di forza" di un insieme di individui deboli che si alleano per soggiogare chi fisicamente è più forte. Solo intravedendo un'utilità comune, o un comune rischio, forti e deboli possono ritrovarsi uguali all'interno di un patto gestito.

Tali situazioni, nell'ambito della caccia di grossi animali, potrebbe essere descritto come segue: due (gruppi di) cacciatori devono decidere se collaborare (C) in una battuta di caccia al cervo, ripartendosi i ruoli di battitore e tiratore, o dedicarsi per conto proprio alla caccia delle lepri non collaborando (N). Il ragionamento di ciascun giocatore si può dunque riassumere nel seguente modo: la cooperazione di entrambi (C-C) è la migliore delle ipotesi perché permette di cacciare il cervo, se io però non coopero e vado a caccia di lepri è meglio che lui non lo sappia e continui a dare la caccia al cervo, consentendomi di catturare più lepri oppure di

[7] Libro I, cap.6 "Il patto sociale", *Contratto Sociale*

tornare al mio posto e continuare a cacciare il cervo (N-C). Se l'altro non coopera è meglio che anche io non lo faccia (N-N), perché così ho qualche possibilità in più di prendere la lepre.

Diversamente, se io continuassi a cooperare mentre l'altro non lo fa (C-N) certamente non prenderei né il cervo né la lepre. Se attribuiamo i soliti valori di utilità arbitrari da 0 a 3 alle quattro possibilità possiamo rappresentare questa interazione con il gioco in forma strategica definito dalla tabella seguente:

			Cacciatore 2
		C	***N***
Cacciatore 1	***C***	3,3	0,2
	N	2,0	1,1

Nella vita reale ci si trova di fronte ad un tale gioco ogni volta che si aiuta il prossimo sperando che esso aiuterà noi, o quando si decide di fare l'azione "giusta" sperando che poi anche gli altri la faranno.

LA (AS)SOLUZIONE DI UN GIOCO

Finora abbiamo visto come sia possibile, mediante alcuni semplici ragionamenti, rappresentare in modo formale alcune situazioni interattive molto comuni nella vita di tutti i giorni. Abbiamo, però, fatto *solo* questo. Non abbiamo dato nessuna indicazione su cosa si intenda per soluzione di un gioco o quali metodi ci possano essere, appunto, per risolverlo nonostante si siano fatti continui riferimenti ai concetti di razionalità, interesse e utilità. Non esiste un'unica strada da percorrere per raggiungere questo obiettivo, pur essendo anche qui vero il vecchio detto "tutte le strade portano a Roma".

Tra i vari modi "naturali" di risolvere un gioco non-cooperativo in forma strategica, ciascuno con vari pregi e difetti a seconda delle circostanze, vengono principalmente utilizzati quelli che si rifanno ai concetti di *strategia strettamente dominata* e di *strategia debolmente dominata*. Una strategia di un giocatore viene detta strettamente dominata se ne esiste un'altra a sua disposizione che gli consenta di ottenere un risultato (*payoff*) strettamente migliore, qualunque sia la combinazione delle strategie del suo avversario.

Viene invece detta *debolmente dominata* se essa è migliore almeno in un caso e uguale in tutti gli altri rispetto ad almeno un'altra mossa alternativa, qualunque siano le mosse dell'altro giocatore. Facciamo un esempio per chiarire meglio questo importante concetto. Consideriamo il seguente gioco: ci sono due giocatori che hanno a disposizione tre mosse ciascuno (*A*,*B*,*C* il primo e *D*,*E*,*F* il secondo). La tabella dei *payoff* è la seguente:

			Giocatore 2	
		D	***E***	***F***
	A	2,2	4,0	2,2
Giocatore 1	***B***	0,0	0,2	0,0
	C	4,2	2,0	4,4

Consideriamo la situazione del Giocatore 1: per ogni possibile mossa del suo avversario la mossa *B* gli fa ottenere un *payoff* inferiore sia alla mossa *A* che a quella *C*[8]. Nel nostro esempio quindi *B* è una strategia dominata: esistono infatti altre mosse che, per qualsiasi mossa il nostro avversario possa fare, ci forniscono dei risultati migliori.

Noi però eravamo partiti dal presupposto che i giocatori fossero razionali: che, cioè, effettuano le loro scelte con l'unico obiettivo di massimizzare i loro guadagni. A questo poi avevamo aggiunto un'altra considerazione: che la razionalità dei giocatori è di conoscenza comune, cioè che tutti i giocatori sono a conoscenza del fatto che, oltre ad essere loro stessi razionali, lo sono anche gli altri. Ma se davvero è così il Giocatore 2 si aspetterà, con giusta ragione, che il Giocatore 1 non sceglierà mai la mossa *B*, perché questo lo porterebbe ad ottenere un risultato peggiore rispetto a qualsiasi altro caso. Sarà quindi portato a considerare la mossa *B* come una risposta non razionale e quindi la elimina dall'insieme di risposte che si può aspettare dal Giocatore 1. Il gioco che si ottiene è detto in *forma ridotta*:

[8] Basta osservare, per ogni casella relativa alla mossa B (seconda riga), i primi numeri di ogni coppia (*payoff*): essi sono sempre inferiori rispetto a quelli della riga superiore (mossa A) e inferiore (mossa C).

		Giocatore 2		
		D	**E**	**F**
	A	2,2	4,0	2,2
Giocatore 1	~~***B***~~	~~0,0~~	~~0,2~~	~~0,0~~
	C	4,2	2,0	4,4

Data questa nuova forma del gioco (ottenuta eliminando la mossa *B* del Giocatore 1), è evidente che per il Giocatore 2 la mossa *E* rappresenta una strategia dominata, in quanto scegliendola otterrebbe un *payoff* più basso rispetto a quello che avrebbe ottenuto scegliendo una delle altre due mosse, qualunque sia la scelta del suo avversario.

Rimettiamoci nei panni del Giocatore 1 e facciamo il punto della situazione: essendo egli razionale elimina la strategia *B*, ma avendo conoscenza del fatto che anche il Giocatore 2 è razionale è ovvio che si aspetti che la mossa *E* non sarà mai giocata dal suo avversario. La successiva forma del gioco sarà dunque:

		Giocatore 2		
		D	~~***E***~~	**F**
	A	2,2	~~4,0~~	2,2
Giocatore 1	~~***B***~~	~~0,0~~	~~0,2~~	~~0,0~~
	C	4,2	~~2,0~~	4,4

In questa nuova situazione, la mossa *A* diventa per il primo giocatore una strategia dominata, per cui egli scarterà anche questa. In base alla ipotesi di razionalità, poi, il Giocatore 2 dovrà aspettarsi che il suo avversario scelga la mossa *C*, per cui egli sceglierà certamente la mossa *F*, in quanto gli consente di ottenere un *payoff* più elevato rispetto alla mossa *D*.

			Giocatore 2
		D	***F***
Giocatore 1	***C***	4,2	4,4

La coppia di strategie (*C*-*F*) ed il relativo vettore dei *payoff* (4,4) rappresentano dunque la *soluzione del gioco*. In termini del tutto generali, quindi, possiamo asserire che il primo concetto di soluzione che può essere applicato nei contesti così schematizzabili può sfruttare il concetto di *eliminazione iterata.*

Essa consiste nella ricerca di una strategia (strettamente) dominata e nella sua eliminazione, trovandosi a che fare con un gioco ridotto ottenuto da quello iniziale privato di quella particolare mossa. Il concetto di soluzione che si sta considerando prevede poi che la stessa procedura venga applicata anche al gioco ridotto così ottenuto e così via, fino a che non vi siano più strategie eliminabili secondo il criterio indicato.

La soluzione del gioco secondo tale procedura consiste dell'insieme di tutti i profili/combinazioni di strategie che non sono state eliminate quando la procedura è terminata. Qualche volta tale procedura dà dei risultati molto precisi, come nell'esempio che abbiamo appena visto, altre volte no. Chiaramente è senz'altro possibile che le soluzioni ammesse siano molte, cioè che il gioco ridotto non conduca ad una sola coppia di strategie che possano essere interpretate come soluzione ma, nel caso limite, possono addirittura coincidere con l'insieme di tutti i profili di strategie del gioco, il che non è di grande aiuto.

L'eliminazione iterata delle strategie *debolmente dominate*, invece, consiste nella procedura analoga applicata però alla classe più ampia di azioni dei giocatori che sono solo parzialmente migliori rispetto ad altre. Pertanto è un concetto di soluzione sicuramente maggiormente selettivo (perché sono più numerose rispetto a quelle strettamente dominate), ma presenta comunque problemi analoghi.

Inoltre l'eliminazione iterata di queste particolari strategie dà risultati che possono essere diversi a seconda dell'ordine in cui esse vengono eliminate creando, invece di risolverlo, un altro problema: qual è l'ordine *più giusto* o *migliore*? In aggiunta a queste considerazioni si sottolinea nuovamente come questa procedura si fondi saldamente sul presupposto che un giocatore, se vuole vincere ed ottenere il profitto massimo, non attuerà mai una strategia strettamente dominata per i motivi (ovvi) più volte ripresi. Ciò implica che l'ipotesi fondamentale sia quella della razionalità dei giocatori e della importante assunzione che ognuno di essi sappia che anche tutti gli altri sono razionali: è quindi data per scontata la *comune conoscenza* del fatto che tutti i giocatori siano coerenti con i loro obiettivi (anch'essi noti a tutti). Se dovesse venire meno questa ipotesi il concetto stesso di soluzione appena visto perderebbe di significato.

UN TIPO SQUILIBRATO

Forse quasi tutti abbiamo avuto dei colleghi universitari o di lavoro un po' particolari, magari eccentrici, in grado di creare situazioni paradossali o imbarazzanti. Sicuramente pochi di noi, però, hanno avuto a che fare con chi, in diversi periodi della sua vita quando non addirittura contemporaneamente, credeva di essere il *piede sinistro di Dio* (attenzione: non il destro, ma proprio il sinistro), *l'imperatore dell'Antartide* o di essere in grado di decifrare dei messaggi criptati, inviati per certo dagli *alieni* attraverso i giornali o la TV.

Un numero ancora più ridotto di noi (nessuno?) potrà poi dire che la vittima di questi deliri abbia poi "sfogato" questi suoi problemi nell'universo della matematica astratta, raggiungendo picchi di genialità che solo pochi uomini hanno toccato nelle discipline di loro interesse. John F. Nash è stato tutto questo: matematico brillante e uomo affetto da forti problemi psicotico-paranoici, definitivamente risolti solo a valle di lunghi periodi di cura e di internamento in cliniche psichiatriche.

Non è questa la sede per affrontare in modo compiuto il contributo determinante che quest' uomo ha dato alla disciplina matematica nel corso della sua attività, dalle problematiche delle equazioni differenziali alle derivate parziali legate ad uno dei famosi *Problemi di Hilbert*[9], alla topologia, alla geometria algebrica, alla logica e, ovviamente (altrimenti non ne avremmo parlato), alla *teoria dei giochi*.

In particolare a quest'ultimo campo della sua ricerca, che però è stato temporalmente uno dei primi, egli deve uno dei suoi risultati più importanti che gli hanno consentito di ricevere, oltre che molta notorietà, il premio Nobel per l'economia nel 1994. Il concetto di soluzione che egli propose per i giochi così come li abbiamo visti finora, alternativo a quello

[9] Nel diciannovesimo problema Hilbert poneva come obiettivo di stabilire se le soluzioni dei problemi regolari del Calcolo delle variazioni fossero necessariamente analitiche o meno.

dell'eliminazione iterata delle strategie dominate e ancora oggi il più largamente usato, è il cosiddetto *equilibrio di Nash*.

Un equilibrio di Nash di un gioco in forma strategica è un profilo di strategie tale che la strategia di ogni giocatore dà un risultato non migliorabile rispetto alla combinazione delle strategie degli altri giocatori, ossia: la strategia di ogni giocatore può essere considerata la risposta ottima alla combinazione di strategie altrui. In altre parole potremmo dire che una generica combinazione di mosse dei due giocatori rappresenta un equilibrio di Nash se ognuna di esse costituisce la migliore risposta alla mossa effettuata dall'altro. Un profilo di strategie, quindi, è un equilibrio di Nash quando non ammette *deviazioni unilaterali* vantaggiose per nessuno.

Prima di passare a vedere come sia possibile trovare tale equilibrio per i giochi che abbiamo descritto prima, è interessante notare la relazione che intercorre tra questo concetto solutivo e quello di eliminazione iterata delle strategie dominate. Infatti, è facile dimostrare che una strategia strettamente dominata di un gioco non può mai essere una risposta ottima a qualche profilo di strategie altrui di quel gioco e, dunque, non può essere componente di un equilibrio.

Pertanto, *gli equilibri di Nash formano un sottoinsieme dei profili di strategie strettamente non dominati,* ovvero l'eliminazione iterata delle strategie strettamente dominate non elimina gli equilibri di Nash.

Mario, Andrea e il prigioniero

Per i giochi in forma strategica, a cui si riducono essenzialmente tutti i nostri esempi, la determinazione degli equilibri di Nash è molto semplice da fare. Consideriamo il dilemma del prigioniero:

			Mario
		D	***N***
	D	2,2	0,3
Andrea			
	N	3,0	1,1

Mettiamoci nei panni di Andrea e scriviamo una nuova tabella i cui valori numerici sono tutti e soli i suoi *payoff*, cioè il primo numero di ogni coppia della tabella precedente:

2	0
3	1

Ogni colonna, come già avevamo detto in precedenza, rappresenta un comportamento *fisso*[10] dell'altro giocatore, cioè la prima colonna rappresenterà sempre la scelta di Mario di *denunciare* e la seconda rappresenta sempre la scelta di *non denunciare* il compagno. Per ognuna di esse quindi, per ogni comportamento fisso dell'altro giocatore, inseriamo una freccia che conduca dal *payoff* meno favorevole a quello più

[10] Il termine fisso è stato utilizzato per sottolineare, anche se in modo del tutto informale, l'idea geniale che è alla base della soluzione di equilibrio proposta da Nash. In un brevissimo articolo del 1949 egli, ancora studente a Princeton, spiega la sua idea di fondere intimamente due concetti apparentemente assai lontani: quella di un punto fisso in una trasformazione di coordinate e quella della strategia più razionale che un giocatore può adottare, quando compete con un avversario anch'esso razionale.

vantaggioso: essa rappresenta cioè un possibile miglioramento di strategia di Andrea[11]. Cioè che si ottiene è:

2	0
↑	↑
3	1

Ci sono solo quattro possibilità: le frecce entrambe in alto, entrambe in basso, una in alto e una in basso e viceversa. Facciamo ora lo stesso ragionamento per Mario: creiamo la tabella con tutti e soli i suoi *payoff* e poniamo su ciascuna riga, ognuna delle quali rappresenta un comportamento fisso di Andrea, una freccia che rappresenti un possibile miglioramento della sua strategia:

2	←	3
0	←	1

Mettendo insieme le frecce delle due tabelle si ottiene un equilibrio di Nash quando dall'esito corrispondente non escono frecce. Nel nostro caso avremo:

			Mario	
		D		***N***
	D	**2,2**	←	0,3
Andrea		↑		↑
	N	3,0	←	1,1

[11] Si fa notare come, in questo particolare caso, il miglioramento si ottiene spostandosi su strategie con un *payoff* quanto più basso possibile: stiamo parlando di anni di carcere!

Questo risultato ci dice che con la combinazione di strategie (D-D), denunciarsi a vicenda, i giocatori raggiungono un equilibrio, cioè nessuno dei due può più migliorare il proprio risultato modificando *solo* la propria strategia, pur essendo un risultato che sembra andare contro il normale intuito: l'assioma di razionalità infatti conduce ad una scelta che procura più danno ad entrambi rispetto alla scelta alternativa (N-N).

Effettivamente se nessuno dei due accusasse l'altro riceverebbero entrambi una pena minore che sarebbe, seguendo questa impostazione, la scelta migliore per tutti. Questo è un esempio di come, talvolta, la soluzione proposta da Nash non sia la soluzione migliore nel senso più ovvio del termine: ciò avviene perchè la razionalità *individuale (*ciò che è meglio per sé*)* a volte è in contrasto con la razionalità *collettiva (*ciò che è meglio per tutti*).*

Per meglio comprendere tale affermazione è necessario introdurre il concetto di *ottimo paretiano: esso può essere definito come la impossibilità di migliorare la condizione di un soggetto senza peggiorare la condizione di un altro.* Quindi se ogni giocatore scegliesse di giocare una strategia che è anche un ottimo paretiano, cioè che metta al primo posto l'interesse collettivo e non quello personale, significherebbe non avere sprechi di utilità.

Tuttavia, anche se l'ottimo paretiano è collettivamente razionale (nel nostro esempio di prima è collettivamente razionale che nessuno dei due accusi l'altro pur dovendo poi scontare una condanna ad un anno di carcere), non è detto che lo sia individualmente. Vi possono essere delle ragioni individuali che prevalgono sulla razionalità collettiva: il dubbio che si possa essere traditi porterà quasi sicuramente a che i due prigionieri si accusino a vicenda, peggiorando così la situazione di entrambi. Questa considerazione ci pone dinanzi ad uno dei possibili *limiti* dell'equilibrio di Nash, cioè la sua *inefficienza*.

L'idea però che la razionalità individuale *preceda* quella collettiva (penso prima al mio interesse, poi a quello di tutti) sottende e giustifica il concetto di equilibrio di Nash. Infatti, dato un gioco, il generico giocatore che vi prende parte ha il diritto irrinunciabile di scegliere la strategia che preferisce in modo da massimizzare la *propria* funzione di utilità, il *proprio payoff*.

Questo però implica che l'ottimo di Pareto e l'equilibrio di Nash possano *anche* essere diversi, come accade ogni volta che la razionalità individuale e quella collettiva non sono allineate[12].

Gli altri esempi

Applicando lo stesso concetto solutivo agli altri esempi che abbiamo fatto, pur senza appesantire il nostro discorso con altre tabelle, possiamo trarre qualche ulteriore spunto di riflessione molto interessante. Nel caso della sfida tra Jim e Buzz, applicando lo stesso metodo delle frecce sulle matrici dei due giocatori, è facile vedere come questa volta la soluzione di equilibrio non sia unica: sia la coppia (C-N) che la simmetrica (N-C) hanno le caratteristiche di punti di equilibrio. Discorso analogo vale per l'esempio della caccia al cervo: (C-C) e (N-N) sono combinazioni di strategie da cui la deviazione unilaterale porterebbe di sicuro ad una riduzione di utilità.

È evidente quindi come l'equilibrio di Nash, oltre ad essere potenzialmente inefficiente può dare anche adito a risposte, o soluzioni, *multiple*: quali tra queste dobbiamo scegliere? Nel caso della sfida automobilistica nessuno dei

[12] Ad essere onesti però dobbiamo dire che c'è un piccolo vizio di forma in quanto detto, pur senza nulla togliere alle considerazioni di carattere generale appena tratte. Il gioco, infatti, ha questo apparente paradosso perché per come è stato schematizzato è incentrato sui rischi che ogni singolo giocatore corre *singolarmente*. Per questo, razionalmente, ognuno decide di accusare l'altro. Se si vuole che i giocatori pensino al danno minore per la *coppia* allora dovremmo schematizzare il gioco avendo come *payoff* di ogni combinazione di strategie, la *somma* dei relativi anni di carcere (uguale per entrambi):

		Mario	
		D	***N***
Andrea	***D***	2+2=4	0+3=3
	N	3+0=3	1+1=2

Qui si vede chiaramente come l'equilibrio di Nash sia (N-N).

due equilibri sembra essere razionale: essi riflettono la natura da squilibrati dei due ragazzi che adottano la filosofia di vita di essere forti con i deboli e deboli con i forti. Il “potere” di questo gioco risiede nel fatto che, paradossalmente, esso è in grado di dimostrare che talvolta l’unico comportamento razionale, cioè quello che porta al risultato migliore, è l’irrazionalità, o meglio l’invio all’avversario di segnali in grado di inibire la sua scelta, allo scopo di farlo sterzare e, quindi, da indurlo alla scelta cooperativa. Come lo stratega militare Hermann Kahn scrive nel libro *On Escalation*:

Il giocatore “abile” entra in automobile ubriaco, gettando le bottiglie di whisky fuori dal finestrino per far conoscere a tutti il suo stato di ubriachezza. Indossa occhiali da sole molto scuri in modo tale che sia evidente che la sua capacità visiva è alquanto limitata, se non addirittura nulla. Non appena la vettura raggiunge un’alta velocità, prende il volante e lo getta fuori dal finestrino. Se il suo avversario non sta guardando, allora sorge qualche problema; così pure se entrambi i giocatori applicano questa stessa strategia.

Nel caso della caccia al cervo, invece, la mutua cooperazione è considerata la cosa più desiderabile anche se la mutua *non cooperazione* è considerata meno rischiosa rispetto alle altre alternative. Sia cooperare che non cooperare possono dunque essere considerati comportamenti razionali e la scelta fra essi dipenderà dalla fiducia o dal dubbio che si nutrono sulla collaborazione altrui.
L’ultimo esempio riguarda la morra, giocata dai nostri Elena e Paride. In questo gioco nessuna strategia è dominata (strettamente o debolmente) ed ogni esito ammette deviazioni unilaterali vantaggiose. Se sulla tabella dei payoff evidenziamo per ogni strategia dell’avversario la strategia migliore per ogni giocatore, il che è equivalente a quanto fatto in precedenza con le

frecce, ci accorgiamo che nessuna coppia di strategie è doppiamente marcata. In ogni casella c'è sempre e solo un unico valore messo in evidenza, ne consegue che non esistono equilibri di Nash.

			Paride	
		C	***F***	***P***
	C	0,0	-1,**1**	**1**,-1
Elena	***F***	**1**,-1	0,0	-1,**1**
	P	-1,**1**	**1**,-1	0,0

Riassumendo possiamo dunque dire che questo concetto di equilibrio, nonostante sia ancora oggi quello più utilizzato, ha alcune grandi "lacune": possiamo trovarlo, ma ad esso non riusciamo ad associare il concetto istintivo di razionalità (dilemma del prigioniero), possiamo trovarne più di uno (e a questo punto non sappiamo quale scegliere) oppure possiamo non trovarne nessuno. Questo ultimo caso avviene in tutti quei giochi nei quali ogni giocatore cerca di superare in astuzia gli altri (classico è l'esempio del *bluff* nel poker): ciò avviene perché la soluzione di tale gioco deve necessariamente tenere conto dell'incertezza riguardante il comportamento altrui. Il geniale Nash però non ci ha prima sedotti e poi abbandonati: per comprendere la soluzione di questa ultima tipologia di giochi però, apparentemente senza vie d'uscita, ci viene richiesto un ulteriore piccolo sforzo di immaginazione. E di intuito.

Non è un paese per vecchi

Parlando con gli amici, leggendo un giornale o guardano la televisione si sentono spesso frasi del tipo: "è poco probabile che esca Pirandello agli esami" oppure "probabilmente riesco a finire il lavoro entro stasera" o ancora “Lotta al fumo. Negli Stati Uniti probabile un vaccino contro la nicotina”. Nel linguaggio corrente, insomma, si sentono spesso frasi che utilizzano il termine probabilità quando ci si riferisce a situazioni incerte, a fenomeni che possono verificarsi o meno. Generalmente però questo concetto é abbastanza vago: esso viene perlopiù associato agli eventi non sicuri, intendendo fondamentalmente distinguere gli avvenimenti certi da tutti quelli il cui verificarsi dipende esclusivamente dal caso, detti appunto eventi *aleatori* o *casuali*.

È opportuno però non creare confusione tra due importanti concetti che sono tra loro distinti, anche se fortemente intrecciati: *probabilità* e *possibilità*. Ad esempio, estrarre l’unica pallina rossa presente in un'urna che contiene migliaia di altre palline verdi è un evento molto improbabile, ma non impossibile.

La strada che Nash ci fa percorrere per cercare la soluzione di quei giochi che sembrano apparentemente non averne è strettamente legata a questa differenza: l’applicazione della teoria della probabilità alle possibili strategie che i giocatori possono scegliere apre scenari a dir poco interessanti. Ma cosa significa parlare di probabilità legata alle azioni che si possono compiere?

A darci una possibile risposta è lo spietato e psicopatico killer Anton Chigurh, interpretato dal bravissimo Javier Bardem nel film dei fratelli Coen *Non è un paese per vecchi*. Egli, prima di compiere i suoi delitti, lancia in aria una monetina chiedendo alla potenziale vittima di scegliere: testa o croce? Se il risultato del lancio coincide con quanto predetto dall’ignaro interlocutore il killer non procede e lo lascia in vita, diversamente conferma la sua fama di spietato assassino. Attraverso questo espediente i fratelli Coen riescono in un’impresa molto ardua: far nascere il sorriso sulle labbra nel momento in cui si compie un atroce delitto. Memorabile, tra gli altri, è l’ultimo scambio di battute tra il killer Chigurh e

Carla Jean, la sua ultima interlocutrice, mentre lei lo prega di risparmiarle la vita:

Anton Chigurh: *Scegli. Testa o croce?*
Carla Jean: *Ma lo capisci che non è la moneta a decidere? Che sei tu a decidere?*
Anton Chigurh: *Io e la moneta siamo arrivati allo stesso punto.*

Se lanciamo una moneta e chiediamo a qualsiasi persona qual è la probabilità di ottenere *testa*, più o meno otteniamo la seguente risposta: nel 50% dei casi si presenta *testa*, nell'altro 50% si presenta *croce*, quindi la probabilità che esca *testa* è "la metà". Più rigorosamente, così come fece Laplace, si può quindi dire che la probabilità che si verifichi un evento (testa) è data dal rapporto fra il numero dei casi favorevoli (cioè che effettivamente esca testa) e il numero di tutti i casi possibili (che esca testa oppure croce).
In altre parole se lancio una moneta ho solo due possibilità: la probabilità che si verifichi una delle due è quindi data da 1/2, cioè il 50%. Analogamente se ci chiediamo qual è la probabilità di estrarre una carta di fiori da un mazzo di cinquantadue carte, sapendo che i pali sono solo 4 (fiori, picche, quadri, cuori ognuno con 13 carte) avremo: 13/52, cioè il 25%.
La probabilità associata ad un determinato evento, quindi, è un numero compreso tra zero e uno e la somma di tutti gli eventi possibili deve essere pari ad uno. Nel caso della moneta abbiamo il 50% di probabilità che esca *testa*, ma facendo un ragionamento analogo possiamo dire di avere anche il 50% di probabilità che esca *croce*. Quindi possiamo asserire che la probabilità che esca *o testa o croce* è pari al 50%+50%=100%, cioè siamo sicuri che almeno uno dei due eventi si realizzerà. Ma torniamo al nostro assassino e alla sua (potenziale) vittima.

La povera donna è costretta a scegliere una delle due possibili azioni: testa oppure croce. E sperare nella sorte. Dal canto suo il killer verificherà l'esito del lancio della moneta: se l'evento che si verifica corrisponde a quello ipotizzato dalla donna la lascerà vivere, altrimenti procederà alla sua esecuzione. Lo spazio di strategie di ogni giocatore è quindi: testa (T), croce (C). Se si assegna un *payoff* pari ad 1 al giocatore che vince e pari a -1 a quello che perde, otteniamo la seguente forma strategica del gioco:

		Carla Jean (la potenziale vittima)	
		T	***C***
Anton Chigurh (il killer)	***T***	-1,1	1,-1
	C	1,-1	-1,1

Come si può chiaramente vedere non esiste un equilibrio di Nash. Questa particolare situazione si determina tutte le volte che il gioco è a somma nulla, ossia una situazione strategica in cui la "vittoria" di un giocatore corrisponde necessariamente alla "sconfitta" dell'altro. Per ovviare a queste situazioni Nash ha introdotto la nozione di *equilibrio misto*: in esso le strategie non sono considerate pure, ma giocate con una certa probabilità. Quindi non sono più costretto a giocare testa *o* croce, ma posso decidere di giocare sia testa che croce, legando però ad ogni mia scelta una certa probabilità.

Supponiamo che il nostro simpatico killer pensi che la povera Carla Jean sceglierà testa con probabilità q e croce con probabilità $1-q$ (la somma infatti deve sempre essere uguale a 1), cioè che la donna giochi con la *strategia mista* $(q,1-q)$. Se il killer ritiene *più probabile* che Carla scelga testa (diciamo $q>1/2$), e supponendo che egli preferisca commettere il crimine, allora la scelta più razionale per lui sarebbe far di tutto affinché esca croce, perché così il suo *payoff* sarebbe positivo. In caso contrario sarà più portato a sperare che esca testa, perché in tal caso potrà giustiziarla. Se $q=1/2$, invece, le due strategie si equivalgono. Un analogo ragionamento, del tutto speculare, si può effettuare dal punto di vista della donna se il killer dovesse utilizzare, ad esempio, una moneta truccata: una moneta cioè in cui le probabilità che escano testa o croce non sono più uguali tra loro, ma diverse. Supponiamo siano $(r,1-r)$.

In questo caso se $r<1/2$ allora la migliore scelta di Carla è croce, se $r>1/2$ la migliore risposta è testa. Nel caso $r=1/2$, cioè quando la moneta non è truccata, le due possibili strategie sono equivalenti. Se, quindi, il killer usa una moneta non truccata, cioè la strategia mista $(1/2,1/2)$, la migliore risposta della sua interlocutrice è data dalla strategia mista $(1/2,1/2)$[13]. Questo significa che tale coppia di strategie miste rappresenta l'equilibrio di Nash del perverso gioco del killer[14].

Certo non si può logicamente pensare di prendere una decisione lanciando in aria una monetina: può essere una buona idea cinematografica, ma dove finirebbero tutti i ragionamenti sulla razionalità che abbiamo fatto finora? Possiamo allora affermare che nessun giocatore razionale sceglierebbe azioni miste e che si tratta solo dell'ennesima elucubrazione di una mente matematica? Non è proprio così.

Abbiamo visto come una definizione di probabilità sia quella data dal rapporto tra il numero di casi favorevoli su quelli possibili. Ma non è tutto. Supponiamo di lanciare la nostra monetina non una sola volta, ma, ad esempio, dieci volte. Quante teste e quante croci usciranno? Non lo sappiamo.

Se ripetessimo indefinitamente questo esperimento (cioè lanciassimo dieci volte una moneta e contassimo quante teste e croci sono uscite e poi lo

[13] Ad esempio scegliere testa o croce…usando una monetina (non truccata).

[14] Per dovere di cronaca: nel film Anton Chigurh uccide Carla Jean. Con buona pace di Nash e del suo equilibrio.

ripetessimo continuando a tenere traccia dei risultati e così via per un numero imprecisato di volte) otterremmo sicuramente dei risultati molto diversi tra loro. Ancora una volta, però, la matematica ci offre una stampella con una delle sue leggi più affascinanti (almeno per chi scrive): la *legge dei grandi numeri*.

Questa legge, detta anche *legge empirica del caso*, dice che se si eseguono *un gran numero* di prove, effettuate tutte nelle medesime condizioni, il valore della frequenza dei risultati si approssima al valore della probabilità e tale approssimazione è tanto maggiore quanto più alto è il numero delle prove effettuate.

Questo significa che se lancio la mia moneta cinque volte non so quante croci e teste usciranno, ma se la dovessi lanciare poniamo un *miliardo* di volte sono sicuro del fatto che, almeno approssimativamente, cinquecentomilioni di volte uscirà testa e cinquecentomilioni di volte uscirà croce: cioè i due risultati possibili usciranno esattamente con la stessa probabilità che ho quando il lancio viene effettuato una sola volta, il 50%.

Pertanto, relativamente ad un evento aleatorio che può essere osservato diverse volte, può essere più utile usare una seconda definizione di probabilità detta *frequentista*: *la probabilità di un evento è la frequenza relativa in un numero di prove ritenuto sufficientemente elevato*.

Tale frequenza, pertanto, calcolata in un gran numero di prove avvenute nel passato, permette di prevedere i risultati di prove future eseguite nelle stesse condizioni. Il campo di applicazione della concezione frequentista è molto vasto, in quanto la definizione può essere applicata a fenomeni dei quali si posseggono dati statistici riguardanti accadimenti passati che si sono verificati in condizioni analoghe.

Ad esempio si potranno calcolare, per una data popolazione, la probabilità di morte o di sopravvivenza degli individui piuttosto che la probabilità di nascita di maschi o di femmine o, ancora, il valore di precipitazione media annua che si ha su una determinata area geografica, e così via. Si hanno pure importanti applicazioni nella medicina, nella psicologia, nell'economia, nella meccanica quantistica e, in generale, in tutte le scienze per le quali si possono utilizzare metodi statistici. Vediamo allora come questa seconda definizione di probabilità può farci interpretare razionalmente le azioni miste da cui eravamo partiti.

Consideriamo una ipotetica interazione tra proprietari di appartamenti e ladri. I primi possiedono delle abitazioni in cui conservano oggetti asportabili (quadri, vasi, contanti, gioielli) di un certo valore (che indichiamo con *V*). Essi, per la paura di subire un furto, possono decidere di installare un antifurto, il cui costo (indicato con *c*) si ipotizza essere inferiore al valore dei beni che si vogliono proteggere, oppure no e così rischiare maggiormente.

Trascuriamo volutamente la possibilità dei proprietari di assicurarsi. Essi, a loro volta, possono o meno tentare un furto. Se l'appartamento ha l'antifurto, la tentata azione criminale fa scattare l'allarme allertando la polizia. I ladri possono evitare l'arresto solo scappando immediatamente senza derubare l'appartamento pur rischiando, anche in questo caso, di essere presi con una probabilità pari ad 1/2.

In caso di arresto essi devono pagare una multa *P* e poi vengono rilasciati (supponiamo non esista il carcere per questa fattispecie di reato). Se l'antifurto invece non è presente, si suppone che riusciranno a portarsi via la refurtiva, pur rimanendo la stessa probabilità di arresto. Se si trattasse di un semplice gioco tra *un* proprietario e *un* ladro, lo potremmo rappresentare con la seguente tabella:

		Ladro	
		Furto	***No***
Proprietario	***Antifurto***	*V-c, -P/2*	*V-c, 0*
	No	*0, V/2*	*V,0*

È facile verificare che questo gioco non ha equilibri di Nash. Ma il gioco tra proprietari e ladri è qualcosa di più complesso. Esiste infatti una grande *popolazione* di proprietari e, purtroppo, una altrettanto grande *popolazione* di ladri. Supponiamo per semplicità che le due popolazioni abbiano la stessa numerosità.

I ladri si distribuiscono gli appartamenti in cui tentare i furti in modo casuale. Utilizzando la definizione frequentista potremmo dire che la probabilità che ci sia un tentativo di furto in un dato appartamento è uguale alla frazione della popolazione dei ladri che decidono di tentare un furto. Dal punto di vista di un ladro, invece, la probabilità che un appartamento abbia l'antifurto è uguale alla frazione di proprietari che hanno acquistato un antifurto. Si immagini che il gioco venga ripetuto nel tempo, cioè che avvengano diversi tentativi di furto e che, dopo ognuno di essi, sia possibile leggere sui giornali locali le statistiche dei colpi riusciti e di quelli falliti. I proprietari all'inizio potrebbero avere una certa inerzia e, quindi, adottare la stessa strategia per un po' di tempo, ma di tanto in tanto potrebbero valutare se cambiare o no idea (lo installo l'antifurto?

Oppure: visto che non mi serve più che faccio? Lo disinstallo?[15]) sulla base delle statistiche dei giornali, così come i ladri potrebbero decidere di tentare un maggior numero di furti al vedere diminuire le statistiche di vendita degli antifurti. Procedendo in questo modo quando si raggiunge un equilibrio? Analogamente al gioco del lancio della monetina possiamo fare il seguente ragionamento: i proprietari che non hanno un antifurto saranno

[15] Consideriamo infatti che anche il mantenimento dell'antifurto abbia un costo e che esso, per semplicità, sia proprio uguale a *c*, costo di installazione.

propensi a cambiare strategia, e quindi ad installarlo, quando l'utilità attesa da tale strategia è superiore a quella derivante dal continuare a rimanere senza antifurto, cioè quando la probabilità dei furti *supera* una determinata soglia che, in questo particolare caso, è data dal rapporto *c/V*. Analogamente i proprietari che hanno già installato un antifurto saranno propensi a toglierlo, risparmiando quindi i costi di mantenimento, quando la probabilità dei furti sarà *al di sotto* dello stesso valore. Se la percentuale dei furti, invece, assume proprio il valore di *c/V* allora nessun proprietario cambierà la propria strategia[16].

Così un ladro attivo decide di non tentare più il furto se e solo se la percentuale di appartamenti con l'antifurto (uguale alla percentuale di furti falliti) è superiore ad un'altra soglia, questa volta pari al rapporto: $V/(V+P)$. Al contrario un ladro inattivo decide di tentare il furto se e solo se la percentuale di furti falliti è inferiore al limite stabilito[17].

Questo significa che la coppia di azioni miste c/V e $V/(V+P)$ rappresenta un equilibrio misto del gioco. In questo esempio abbiamo interpretato una strategia mista come distribuzione statistica delle azioni in un particolare gruppo di persone (proprietari e ladri) e anche come congettura degli individui di una popolazione sull'azione che potrebbe essere scelta da un individuo appartenente all'altro gruppo, dando una nuova e interessante interpretazione dell'equilibrio di cui abbiamo già più volte apprezzato i risultati e che non ha ancora finito di stupirci. Il perchè lo vedremo nei prossimi paragrafi.

Repetita Iuvant

Nell'esempio appena visto tra i proprietari e i ladri, abbiamo accennato alla possibilità che il gioco non fosse giocato una sola volta ma, sfruttando la

[16] La condizione di indifferenza si ottiene uguagliando i payoff attesi dai proprietari (per entrambe le strategie) in funzione della probabilità di furto.
[17] La condizione di indifferenza per i ladri si ottiene uguagliando i payoff attesi dai ladri (per entrambe le strategie) in funzione della probabilità di installazione dell'antifurto.

definizione frequentista di probabilità, che esso fosse iterato più volte al fine di consentire agli appartenenti alle due popolazioni di prendere delle decisioni in base alle indicazioni date dalle statistiche dei giornali. Effettivamente se vogliamo che questa schematizzazione matematica sia quanto più possibile corrispondente a situazioni reali dobbiamo considerare la possibilità che i giochi vengano ripetuti, cioè che le stesse situazioni si possano ripresentare e che le strategie di cooperazione e non cooperazione possano alternarsi in risposta (positiva o negativa) al comportamento altrui. Diversamente rischieremmo di trarre delle conclusioni a dir poco affrettate partendo da presupposti errati. Nella logica classica tale procedimento, indicato con la frase latina *ex falso (sequitur) quodlibet*, ossia: dal falso segue una qualsiasi cosa a piacere, stabilisce come da un enunciato contraddittorio possa logicamente conseguire qualsiasi altro enunciato. A dimostrazione di ciò può essere presa ad esempio una parabola Vangelo di Matteo[18]:

Il regno dei cieli è simile a un padrone di casa, il quale, sul far del giorno, uscì a prendere a giornata degli uomini per lavorare la sua vigna. Si accordò con i lavoratori per un denaro al giorno e li mandò nella sua vigna. Uscì di nuovo verso l'ora terza, ne vide altri che se ne stavano sulla piazza disoccupati e disse loro: "Andate anche voi nella vigna e vi darò quello che sarà giusto". Ed essi andarono. Poi, uscito ancora verso la sesta e la nona ora, fece lo stesso. Uscito verso l'undicesima, ne trovò degli altri in piazza e disse loro: "Perché ve ne state qui tutto il giorno inoperosi?". Essi gli dissero: "Perché nessuno ci ha presi a giornata". Egli disse loro: "Andate anche voi nella vigna". Fattosi sera, il padrone della vigna disse al suo fattore: "Chiama i lavoratori e dà loro la paga, cominciando dagli ultimi fino ai primi". Allora vennero quelli dell'undicesima ora e ricevettero un denaro ciascuno. Venuti i primi, pensavano di ricevere di

[18] Mt. 20, 1-16

più, ma ebbero anch'essi un denaro per ciascuno. Perciò, nel riceverlo, mormoravano contro il padrone di casa dicendo: "Questi ultimi hanno fatto un'ora sola e tu li hai trattati come noi che abbiamo sopportato tutto il peso della giornata e sofferto il caldo. Ma egli, rispondendo ad uno di loro, disse: "Amico, non ti faccio alcun torto; non ti sei accordato con me per un denaro? Prendi il tuo e vattene; ma io voglio dare a quest'ultimo quanto a te. Non mi è lecito di fare del mio ciò che voglio? O vedi tu di mal occhio che io sia buono? Così gli ultimi saranno i primi e i primi gli ultimi".

Tutti i commenti relativi a questo brano sembrano concordi nell'indicare la vera rivoluzione della logica di Dio nel non seguire la comune ragionevolezza umana dell'anzianità nel lavoro che, forse errando, prevede che chi lavora di più debba anche ricevere di più. Il problema, però, risiede proprio nel tipo di logica, ammesso che tale si possa definire, utilizzata da Dio: i lavoratori assunti all'alba si dice siano retribuiti con giustizia, gli altri con generosità.

Ovviamente anche questa situazione può essere agevolmente schematizzata come un gioco: da un lato abbiamo il padrone della vigna, che può chiamare o meno alcune persone a lavorare per lui, dall'altro gli operai che possono scegliere a che ora andare a lavorare.

Abbiamo inoltre visto come le loro paghe risultino, per ogni possibile scelta, sempre uguali, rendendo di fatto indifferenti le strategie a loro disposizione. Rimane quindi un interrogativo: assodato che il comportamento del padrone rimarrà presumibilmente sempre lo stesso, altrimenti cadrebbe in contraddizione con sé stesso (e si sa, Dio non si contraddice), il giorno seguente troverà ancora operai disposti a lavorare nella sua vigna dalle prime luci del mattino?

Cioè, nel caso di ripetizione della situazione, non sarebbe forse più razionale da parte dei contadini presi a giornata prestare il loro lavoro solo nelle ultime ore? Andando ancora oltre, ci si potrebbe porre un altro importante interrogativo: chi ci dice che il giorno seguente ci sarà ancora bisogno di lavoratori? Ciò che chiede di essere definita, pertanto, è una qualsiasi informazione che possa fare intuire ai giocatori quante volte una stessa circostanza si ripeterà nel tempo, anche solo indicativamente. Quando ciò non è possibile, non è da escludere che una sola delle parti coinvolte nel gioco -ad esempio i braccianti- possa decidere a proprio vantaggio quando far terminare l'interazione. Probabilmente per questo motivo non è da considerarsi fortuito il fatto che, nello stesso Vangelo, sia sufficiente voltare pagina per trovare una parabola che sicuramente lascia meno spazio all'incertezza sul numero di iterazioni possibili. Quella dei *vignaioli omicidi*[19].

Nella *teoria dei giochi* la situazione che si ripresenta più volte, lasciando invariato lo spazio di strategie, è detta *stage game*. Se i risultati di tutte le precedenti giocate sono osservate prima che cominci il turno successivo possiamo affermare, lasciando ad altri testi la dimostrazione di ciò, che se il gioco di partenza ha un (unico) equilibrio di Nash esso verrà giocato ogni volta. Se, invece, nello *stage game* sono presenti più equilibri, allora ci potrebbero essere diversi esiti, anche inaspettati, nelle varie volte che si ripete il gioco.

Per provare questo risultato possiamo immaginare ancora una volta di immedesimarci nella situazione descritta nell'esempio del dilemma del prigioniero. Come abbiamo visto l'equilibrio (unico) che si ottiene è quello dato dalla denuncia reciproca dei due inquisiti (D-D).

Proviamo a ripetere un'altra volta il gioco ricordando che la scelta è sempre simultanea, quindi i prigionieri scelgono due volte, ma sempre simultaneamente. Rispetto allo *stage game*, però, possono osservare l'esito della prima volta che hanno giocato e poi muovere una seconda volta. Il

[19] Mt. 21, 33-41.

sottogioco che si ottiene[20], avente come *payoff* la somma dei *payoff* dei due giochi, è il seguente:

		Mario	
		D	***N***
Andrea	***D***	2,2	0,3
	N	3,0	1,1

+

		Mario	
		D	***N***
Andrea	***D***	2,2	0,3
	N	3,0	1,1

=

		Mario	
		D	***N***
Andrea	***D***	4,4	0,6
	N	6,0	2,2

[20] In realtà dovremmo considerare tutti i possibili sottogiochi, dati dai quattro possibili risultati dello stage game. Si può comunque verificare che, per ognuno di essi, il risultato che si ottiene la seconda volta che si ripete il gioco è ancora una volta (D-D), cioè l'equilibrio di Nash.

È facile verificare come l'equilibrio di Nash sia ancora (D-D). Questo risultato di equilibrio ripetuto nel tempo è anche noto in letteratura come "*Paradosso della catena dei supermercati*", come denominato dall'economista Selten che per primo lo ha analizzato.

La logica del paradosso è la seguente: supponiamo che una catena di supermercati abbia un punto vendita già attivo in 20 città. Ognuno di essi è minacciato di concorrenza da parte di un nuovo attore commerciale che, però, opererà solo in quella particolare città. Per semplificare le cose immaginiamo che l'entrata, se avviene, sia sequenziale. Ciò equivale a dire che solo una volta che è stato analizzato il problema dell'entrata nel primo mercato si affronta il problema dell'entrata nel secondo, e così via.

Il gioco consiste quindi nella ripetizione 20 volte della stessa situazione (*stage game*). Supponiamo allora che nella prima città il nuovo supermercato cominci ad essere attivo, sottraendo quote di mercato alla grande catena. Il problema decisionale da affrontare è il seguente: la catena di supermercati, per evitare di subire ulteriori danni anche in altre città, deve adottare una strategia drastica di riduzione dei prezzi che possa portare il suo concorrente al fallimento, anche se potrebbe non essere economicamente conveniente, oppure no?

In tal modo, infatti, guadagnerebbe una reputazione tale per cui, anche nelle altre città dove è presente, i potenziali nuovi concorrenti sarebbero fortemente demotivati ad aggredire le sue stesse quote di mercato. Immaginiamo che sia stata proprio questa la strategia adottata e che essa abbia portato buoni risultati (dal punto di vista della catena di supermercati) nelle prime diciannove città: rimane solo la ventesima. Mettiamoci nei panni del concorrente che vorrebbe operare in quest'ultima città: esso si rende conto che, non essendoci futuro (non ci sono altre città in cui la catena è presente), sta giocando uno *stage game* che presenta come unico equilibrio di Nash una sua entrata di successo: nelle altre città, infatti, la catena di supermercati ha giocato fuori dagli equilibri, rimettendoci grandi cifre, perché aveva l’obiettivo di allontanare i suoi concorrenti. Ma in questo ultimo caso, non dovendosi più ripetere il gioco, essa non ostacola l’ingresso di nessuno perché suppone che questo fatto non avrà influenza in nessun’altra città. Pertanto l’entrata avviene. Si consideri ora l’impatto di questa soluzione nella diciannovesima città. L’entrante, sapendo ciò che è avvenuto nel ventesimo mercato, si rende conto che la catena di supermercati permetterà l’entrata anche a lui: dato che l’unico motivo che la catena avrebbe per impedire l’entrata nel diciannovesimo mercato è venuto a mancare (nel ventesimo c’è già stato l’ingresso di un concorrente) viene consentito l’ingresso anche nel diciannovesimo.

Così l’entrata avviene anche qui. Questo procedimento continua a ritroso muovendosi su sentieri di equilibrio fino al primo mercato: in tal modo l’incentivo a costruirsi una reputazione per impedire l’ingresso nei mercati successivi viene distrutta completamente.

Occhio per occhio e dente per dente

La situazione cambia se il gioco, invece di essere ripetuto un numero finito (e noto.) di volte, dura più a lungo lasciando i partecipanti nella più completa incertezza rispetto al suo termine. L'implicazione di questa ipotesi è ovvia: non avendo un termine ultimo di confronto non è più possibile applicare il cosiddetto "ragionamento del gambero", cioè quella serie di ragionamenti effettuati a ritroso che abbiamo applicato all'esempio della catena di supermercati e che ha generato un paradosso.

Inoltre l'assenza di un'idea precisa su quando il gioco ha fine può condurre i giocatori ad assumere atteggiamenti irrazionali. Per farci una idea più precisa del perché questo avviene consideriamo ancora una volta il dilemma del prigioniero.

Abbiamo già visto come la denuncia vicendevole dei due imputati sia l'unico equilibrio di Nash individuato. Ma cosa succede se, per motivi che al momento non ci interessano, uno dei due prigionieri decidesse di *non* denunciare il suo compare? Si avrebbe un risultato fuori dall'equilibrio che porterebbe un indubbio vantaggio ad uno dei due. Alla ripetizione successiva del gioco però, ammesso che ve ne sarà ancora una, colui che ha beneficiato dell'atteggiamento collaborativo del compagno potrebbe pensare di cambiare anche lui strategia, ricambiando il favore. Quello che si otterrebbe è un altro risultato: la cooperazione tra i due prigionieri ottenuta non denunciando i propri (e altrui) misfatti alla giustizia.

Ovviamente quella che stiamo considerando è un'astrazione, non sono però per niente rare le applicazioni di queste considerazioni ai più disparati campi del conoscere: dal rapporto economico tra due imprese, a quello tra creditori e debitori, passando attraverso lo studio sulla convivenza di virus in un organismo vivente fino ad arrivare ai rapporti socio-politici tra due Stati. Tutte situazioni che si ripetono un numero molto elevato di volte e che sono prive di informazioni relative alla loro durata. La cosa poi diventa ancora più interessante se si considerano interazioni tra più di due giocatori. Robert Axelrod, professore di Scienze Politiche all'Università del Michigan, organizzò verso la fine degli anni ’70 una serie di tornei tra esperti di *teoria dei giochi*.

Questi ultimi avevano il compito di ideare delle strategie in base alle quali erano poi scritti dei programmi software che venivano fatti affrontare in un simulatore. Ogni programma giocava per un certo numero di mosse contro una copia di sé stesso, poi contro tutti gli altri e, infine, contro *Random*: un programma che, come dice il nome stesso, cooperava o tradiva a caso, senza tenere conto delle mosse dell’avversario. I risultati della ricerca di Axelrod furono estremamente interessanti e pubblicati su Science. Alcune strategie erano complesse ed ingegnose, ma la vincente fu la *Tit for Tat* (che potremmo tradurre come “occhio per occhio”), inviata da Anatol Rapport, psicologo e studioso della *teoria dei giochi*.

La tattica era molto semplice: consigliava di partire sempre cooperando, di rispondere con un tradimento in caso di tradimento e di tornare ad un atteggiamento cooperativo non appena l’avversario ricominciava a cooperare. Il *Tit for Tat* è, quindi, una strategia fondata sulla cooperazione, ma in grado di rispondere colpo su colpo agli *attacchi*. Il giocatore che adotta questa strategia potrebbe essere descritto come un tipo che tendenzialmente da fiducia agli altri e che pertanto inizia la sua interazione collaborando, ma che è capace di ritorsioni una volta che viene tradito nella sua fiducia.

Allo stesso tempo potremmo descriverlo come una persona in grado di dimenticare in fretta i torti subiti e desideroso di tornare a cooperare nel momento in cui il suo avversario ha dimostrato di essersi pentito iniziando lui a collaborare per primo. Con queste caratteristiche peculiari, questa strategia ottiene la cooperazione dall’avversario non solo nel lungo periodo, ma anche nel breve.

Questo dipende anche dal fatto che i traditori tendono a eliminarsi a vicenda: poiché non imparano mai a cooperare, alla lunga incontreranno sempre qualcuno più veloce e aggressivo di loro. Secondo questo esperimento, quindi, la reciprocità sembra essere il comportamento che da i risultati migliori. Questa considerazione mette in luce una cosa importante: molto spesso le situazioni interattive in cui siamo parte coinvolta ha la sua parte più interessante non tanto nelle proprietà degli equilibri del gioco quanto nella dinamica del cambio di strategie adottato da chi vi prende parte.

Ma se questa cosa corrisponde al vero, perché non cercare di applicare tale strumento di analisi a contesti fortemente evolutivi, quali le scienze sociali o la biologia? Inutile dire che è stato fatto e che i risultati ottenuti sono stati sorprendenti a tal punto da giustificare la nascita di una nuova branca di studio, denominata *evolutionary game theory*: la *teoria dei giochi evolutivi*.

Darwin e le cicale di mare

La *teoria dei giochi evolutivi* è nata come applicazione della teoria matematica dei giochi alla biologia e ha posto l'attenzione soprattutto sull'aspetto strategico della teoria dell'evoluzione. Solo più di recente essa ha conquistato le simpatie anche di economisti, sociologi e antropologi, oltre che di filosofi. L'interesse nelle scienze sociali di questa teoria affonda le sue radici principalmente in tre considerazioni.

La prima è che ciò che viene indicato come evoluzione non necessariamente deve trovare un corrispettivo nella *sola* evoluzione biologica, ma può essere benissimo legata ad altri aspetti altrettanto importanti quali l'evoluzione culturale, con particolare riferimento alle variazioni che si osservano abitualmente nei comportamenti e nelle norme sociali.

La seconda considerazione è relativa all'assunzione di fondo della razionalità dei giocatori che sembra adattarsi meglio a questo tipo di contesti piuttosto che a quelli finora analizzati. Per ultimo, ma non meno importante, c’è da considerare che la *teoria dei giochi evolutivi* sembra riuscire a spiegare molto meglio della teoria tradizionalmente impiegata alcuni aspetti dinamici di interazione tipici dei contesti fortemente evolutivi.

Ma vediamo le cose con ordine: quella che può essere considerata di diritto la prima applicazione di questo nuovo approccio alla biologia è stata merito del matematico inglese Ronald Aylmer Fisher. Nel suo libro *The Genetic Theory of Natural Selection* del 1931 egli cerca per la prima volta di spiegare l’uguaglianza, anche se approssimativa, del numero di individui maschili e femminili presenti in molte specie di mammiferi.

La domanda che si pose lo studioso partiva da un’osservazione pratica: come mai, nella maggior parte delle popolazioni di mammiferi da lui considerate, il rapporto (numerico) tra i sessi era paragonabile, nonostante la maggior parte dei maschi non si accoppiava? Da un punto di vista strettamente riproduttivo, infatti, i maschi che non svolgevano tale tipo di (piacevole) attività sembravano essere solo un bagaglio che il resto della popolazione si doveva sobbarcare senza nessun reale vantaggio per la propria specie.

Fisher scoprì che se veniva misurata l’utilità del singolo mammifero in termini di numero previsto di “*figli*” il tutto sfuggiva alla comprensione ma, sorprendentemente, considerando il numero di “*nipoti*” attesi il vantaggio-benessere individuale era effettivamente dipendente dal rapporto di forze egalitario tra i due sessi. Fisher fu dunque il primo a capire ed osservare nei fatti che, in situazioni di squilibrio percentuale tra maschi e femmine, le dinamiche evolutive della popolazione presa in esame poteva condurre a situazioni pericolose per la sopravvivenza della specie stessa.

Un certo equilibrio a lungo termine, invece, veniva raggiunto nel momento in cui il rapporto di forze si assestava in condizioni di parità. Il fatto che il benessere individuale di un individuo potesse dipendere da tale fattore ha introdotto per la prima volta un elemento strategico nell'evoluzione. Questa considerazione di Fisher evidenziò per la prima volta la necessità di uno strumento di analisi più appropriato rispetto alle tradizionali metodologie utilizzate nel settore della biologia.

Solo nel 1961 Richard Lewontin, biologo evoluzionista statunitense, fece la prima applicazione esplicita della *teoria dei giochi evolutivi* nel suo lavoro intitolato *Evolution and the Theory of Games*, da non confondere con l'omonimo, ma più recente, lavoro di Maynard Smith che sarà pubblicato solo nel 1982. Il genetista londinese, comunque, già nel 1972 nel suo articolo *Game Theory and the Evolution of Fighting*, definì per la prima volta quello che poi sarebbe diventato un concetto dominante in questo settore: l'idea di *strategia evolutivamente stabile*. Essa venne definita come la strategia che, se adottata dalla maggior parte dei membri di una popolazione, conduce ad un benessere collettivo superiore rispetto a quello ottenibile con qualsiasi altra strategia alternativa. Un altro importante contributo è stato poi apportato dalla ormai celeberrima pubblicazione di Robert Axelrod, *The Evolution of Cooperation*.

Il professore di scienze politiche dell'Università del Michigan nel suo lavoro evidenziava come, sotto particolari condizioni, anche giocatori tendenzialmente egoisti erano portati, in modo del tutto *spontaneo*, a cooperare pur di raggiungere un benessere collettivo maggiore.

Da allora c'è stata una vera e propria *fiammata di ritorno* di interesse verso questa particolare applicazione della *teoria dei giochi* sia da parte degli economisti che dei sociologi. Sembra proprio avesse ragione Smith, nella sua introduzione al libro già citato, quando asseriva che paradossalmente tale teoria sembrava applicarsi più facilmente alla biologia che al comportamento economico, per cui invece era stata inventata.

I successivi sviluppi ci hanno invece palesato un doppio paradosso, in quanto lo studio delle sue *evoluzioni* ha prodotto delle teorie che hanno avuto poi ottimi riscontri oltre che per gli studiosi delle scienze sociali anche per quelli del comportamento economico, per cui tale teoria era stata originariamente pensata. I motivi di questa bivalente interpretazione sono legati al concetto di utilità e di razionalità. Nelle proprie applicazioni, infatti, la *teoria dei giochi* richiede che i valori dei differenti risultati ottenibili debbano poter essere misurati su una singola scala: nelle applicazioni umane questa misura è ottenuta con un concetto artificiale che è dato dalla funzione di utilità associata alle strategie, mentre in biologia il benessere darwiniano fornisce già di per sé una scala unidimensionale.

L'altro aspetto è legato alla stringente ipotesi che si fa riguardo alla totale padronanza di ragionamento strategico da parte dei giocatori umani: come già più volte evidenziato negli esempi visti, tale assunzione comporta una forte semplificazione dello stato delle cose che invece, nei contesti evolutivi, non viene adoperata. In essi tale ipotesi viene sostituita dal concetto di *stabilità evolutiva*: il vantaggio di questo cambio di prospettiva è che in queste applicazioni ci sono varie e fondate ragioni per aspettarsi che la popolazione evolva naturalmente verso stati stabili, senza dover di fatto effettuare alcuna forzatura semplicistica.

La potenza dell'equilibrio di Nash risiede proprio nel fatto che è possibile applicarlo anche a questa nuova categoria di giochi: in particolare si parlerà di *equilibrio evolutivo* determinato dalle strategie guidate dalle forze dell'evoluzione.

Consideriamo il caso in cui i membri di una singola popolazione (animali, piante, ecc) interagiscono tra loro, perché inserite nello stesso ambiente, ecosistema o altro. Ciascun organismo animale (o vegetale) effettua delle azioni che gli vengono dettate dall'istinto, piuttosto che da leggi di ereditarietà o di mutazione, ma comunque non scientemente.

La funzione utilità che viene adottata in questo caso sarà orientata a misurare il successo riproduttivo piuttosto che una qualche abilità della specie utile alla sua stessa sopravvivenza. In tali contesti se un'azione risultasse nociva per il singolo organismo animale o vegetale, ma fosse utile

per il processo riproduttivo, allora essa verrebbe comunque favorita dalle leggi dell'evoluzione e spiegata in termini di *teoria dei giochi* come un *equilibrio evolutivamente stabile*. Un esempio molto noto in letteratura a tale riguardo è quello della competizione tra (gli atteggiamenti da) falchi e colombe.
Supponiamo ci siano coppie di animali della stessa popolazione che cercano di accaparrarsi l'unica preda disponibile (a cui daremo il valore generico *V*). Ciascun animale può comportarsi come falco o come colomba. Si noti come ancora oggi questa terminologia sia molto utilizzata nel linguaggio comune, ad esempio in *politica* quando si sente parlare di "falchi della maggioranza" per indicare esponenti politici che hanno, ad esempio su decisioni riguardanti interventi militari, un atteggiamento più aggressivo dei loro colleghi. Il comportamento da falco (strategia *F*) o colomba (strategia *C*) sta quindi ad indicare un atteggiamento rispettivamente aggressivo o pacifico.

Il gioco può essere rappresentato dalla seguente tabella, dove *c* indica quanto costa, in termini di risorse, ingaggiare una lotta con l'avversario per accaparrarsi la risorsa.

			Mario
		C	***F***
Andrea	***C***	V/2,V/2	0,1
	F	1,0	(1-c)/2, (1-c)/2

Se entrambi gli animali si comportano da colomba si dividono la preda e ottengono V/2 rispettivamente (metà del valore della preda), se uno si comporta da colomba e l'altro da falco, il primo ottiene 0 e il secondo l'intera preda, se entrambi si comportano da falchi, ottengono entrambi valore (V−c)/2, perché al valore della preda va sottratto il "costo" della lotta. Studiando gli equilibri in strategie miste come ci ha insegnato John Nash, ci accorgiamo che se il costo della lotta è inferiore al valore della preda (c < V) esiste un solo equilibrio che è anche evolutivamente stabile: ad entrambi conviene comportarsi da falchi, avere cioè un atteggiamento aggressivo.

L'altra strategia tende ad estinguersi: è ovvio, infatti, pensare all'atteggiamento da Colomba come non evolutivamente stabile, in quanto una intera popolazione di colombe potrebbe essere facilmente messa in pericolo anche dalla presenza di un solo Falco. Se, invece, il costo della lotta è elevato rispetto al valore della preda (c > V) abbiamo non uno, non due, ma ben tre equilibri di Nash. Nessuno di essi però può essere considerato evolutivamente stabile, a meno che non si ricorra ancora una volta al *trucchetto* delle strategie miste.

I buoni risultati raggiunti però non devono far credere a tale approccio come il migliore possibile in assoluto: rimangono alcuni paradossi molto evidenti, nel campo animale così come in quello vegetale e umano, che non rientrano in nessuna fattispecie prima considerata e che, quindi, rimangono ancora inspiegabili.

Nonostante questo, però, esistono numerosi casi in cui anche il comportamento paradossale degli animali può essere interpretato come una strategia evolutivamente stabile. Come osservato ad esempio dai ricercatori Adams e Caldwell dell'Università della California, alcuni crostacei della specie *Gonodactylus Bredini* che dimorano principalmente in alcune cavità della barriera corallina, adottano uno strano tipo di lotta per la conservazione (o conquista, dipende dai punti di vista) del territorio. Se una di queste cicale di mare invade la cavità di un altro, la residente reagisce mostrandogli i propri artigli.

Questa mossa minatoria ha l'obiettivo di spaventare l'intruso senza che avvenga alcuna lotta o contatto fisico tra le due. L'osservazione sorprendente è che tanto più esse sono deboli e incapaci di combattere, tanto più minacciano. Inoltre queste minacce spaventano intrusi molto più forti che tranquillamente vincerebbero se ci fosse un vero combattimento. In pratica i più deboli attuano una minaccia credibile, un vero e proprio *bluff,* e questo comportamento risulta essere una strategia evolutivamente stabile.

Come può risultare ovvio l'applicazione *tout-court* di questo nuovo approccio della *teoria dei giochi* al campo delle attività umane ha sollevato qualche questione di ordine "filosofico" o perlomeno di carattere linguistico. Come interpretare il concetto di benessere evolutivo, proprio della teoria darwiniana, da un punto di vista culturale?

Abbiamo già osservato come in campo evolutivo esso possa essere inteso come la quantità (numerica) di una certa caratteristica presente nella popolazione che accresce le probabilità di sopravvivenza. Da un punto di vista delle scienze umane è difficile dare una definizione altrettanto netta, ma se ne possono delineare i contorni, cercando perlomeno di scartare tutto quello che risulta essere in più. Innanzitutto potremmo dire che una prima caratteristica di questo concetto esteso di utilità è la *quantità*: ogni individuo è tanto più felice quanto più ne possiede. Il secondo aspetto, altrettanto importante, è legato all'importanza del rapporto interpersonale: il confrontarsi risulta essere costruttivo.

A seconda del caso considerato, i soldi, una fetta di torta o un pezzo di terra possono essere buone interpretazioni del concetto di benessere per una popolazione di persone che interagiscono tra loro. Negli ultimi anni l'interesse del mondo della ricerca per la teoria evoluzionistica dei giochi è sempre cresciuto e per rendersene conto è sufficiente osservare le innumerevoli applicazioni e ripercussioni che essa ha avuto in molteplici discipline. L'intelligenza artificiale, ad esempio, ha sviluppato algoritmi di apprendimento evolutivi, la filosofia e la socio-politica hanno iniziato ad utilizzare modelli evoluzionistici simulativi.

Alcuni studiosi hanno addirittura tentato, con risultati più o meno apprezzabili, di giustificare in senso evolutivo molte problematiche tipiche della filosofia sociale: il comportamento altruistico e il concetto di giustizia, la necessità della proprietà privata, il cambiamento del linguaggio e anche molti casi di politica internazionale. Vi è però una limitazione di rilievo in tale approccio: esso consente di prevedere simulativamente quanto presumibilmente accadrà, ma non ha nessuna capacità esplicativa. Tale metodo, infatti, non permette in nessun modo di enucleare le cause degli eventi che si osservano (ciò che in termine tecnico viene detta *eziologia*), pur essendo questo un importante requisito per ogni teoria scientifica che si rispetti.

La strategia del terrore

Nel precedente paragrafo abbiamo visto come sia importante, per ottenere ciò che più si desidera, non solo conoscere le proprie preferenze e, anche se è più difficile, quelle dell'avversario, ma anche valutare con molta attenzione tutti i segnali dissuasivi o di deterrenza che vengono lanciati.

Le situazioni in cui tali segnali assumono un ruolo predominante, addirittura rispetto alle strategie stesse, sono molto comuni, anche se spesso li diamo così per scontati che non ci facciamo neppure più caso. Ciò avviene nel mondo animale, come visto nell'esempio delle cicale di mare, ma in modo molto più raffinato anche nel *nostro* mondo, soprattutto relativamente alla definizione delle strategie militari. Un ampio settore della *teoria dei giochi* si occupa di questo aspetto, integrando considerazioni derivanti da giochi di strategia, negoziazione, comunicazione e percezione collettiva.

In questo settore, un ruolo importante è determinato dalla cosiddetta *strategia atomica*: in una guerra combattuta attraverso lo scambio di colpi atomici, infatti, le forze armate tradizionali non sono in grado di proteggere il territorio di uno Stato dalla distruzione fisica e dalla contaminazione nucleare. Risulta pertanto importante comprendere il ruolo importantissimo della comunicazione tra le parti in gioco, prendendo in considerazione anche di quali altri mezzi ci si possa avvalere per scongiurare un attacco di tale tipo.

In linea di principio, il rischio di un attacco atomico può venire affrontato in quattro diversi modi, non necessariamente incompatibili tra loro: distruggendo preventivamente le armi avversarie (come hanno preteso di fare Bush e Blair in Iraq, salvo poi scoprire che le armi non c'erano), intercettando le armi atomiche, proteggendo i propri cittadini contro gli effetti delle esplosioni e minacciando di rappresaglia chi offende per primo (si veda il caso Iran o quello della Corea del Nord o, ancora del Pakistan e di Israele).

Attraverso quest'ultima strategia si tenta di dissuadere l'avversario dall'effettuare un primo colpo atomico, minacciandolo di rispondere con un secondo colpo che gli infliggerà danni intollerabili. Si può notare come le prime tre opzioni siano relative alle capacità tecnologiche degli eserciti, di intelligence e altro, mentre l'ultima opzione, quella della minaccia, ha la sua forza nella sola psicologia degli attori coinvolti. La strategia della deterrenza cerca di trovare i mezzi per convincere l'avversario del fatto che le proprie minacce sono credibili, suggerendo i metodi più efficaci per modificarne la volontà senza dover necessariamente passare attraverso una prova di forza.

Per esempio, la strategia della deterrenza atomica non ha a che fare con l'effettivo uso delle armi atomiche, ma con i modi più efficaci per sfruttare la forza potenziale derivante dalla possibilità di usare tali armi. Le strategie dissuasive sono pertanto ben diverse dalle mosse di base del gioco, ma si pongono, per così dire, a un livello superiore rispetto a queste ultime.

Infatti, effettuare una mossa strategica significa assumere, prima ancora di cominciare il gioco, certi impegni circa le mosse di base che si attueranno nel corso del gioco stesso. La più semplice strategia dissuasiva è costituita da un tipo di impegno non condizionale che possiamo chiamare *avvertimento*. Verso la fine della seconda guerra mondiale, ad esempio, molti scienziati al servizio degli USA, tra cui il *padre fondatore* della teoria dei giochi *von Neumann*, sostennero di poter dimostrare il potere distruttivo della bomba senza fare vittime, per esempio sganciando la bomba in una zona non abitata del Giappone come avvertimento nei confronti del governo nipponico.

Questa soluzione però non ottenne consenso tra gli strateghi militari perché avrebbe comportato il consumo a vuoto di una bomba, che era costosa e richiedeva tempi lunghi per la sua costruzione, senza peraltro avere nessuna certezza del fatto che tale "richiamo" non avrebbe invece informato i giapponesi del pericolo, spingendoli ad allertarsi per cercare di intercettare un'eventuale missione di attacco atomico, vanificando tutti gli sforzi. Si optò quindi per una seconda scelta: il lancio di volantini e messaggi radiofonici da Radio Saipan che, però, non impedirono il bombardamento sulle città di Hiroshima e Nagasaki.

Un ruolo di preminenza fra le strategie dissuasive utilizzate nella vita di ogni giorno spetta, prevedibilmente, alla *minaccia*. Essa può essere descritta come una strategia dissuasiva in forma condizionale ("se fai questo allora..") la cui caratteristica principale consiste nel fatto che chi applica la minaccia per dissuadere l'avversario dall'attuazione di una determinata mossa non avrebbe alcun interesse a mettere in atto la minaccia stessa se si trovasse di fronte all'eventualità di dover punire il trasgressore.

Cioè il successo della minaccia non consiste nella sua attuazione: una minaccia riuscita è, invece, quella che non occorre attuare, perché ha effettivamente raggiunto il suo scopo, impedendo alla controparte di effettuare una determinata linea d'azione. Veri e propri sistemi di potere si basano su questa strategia: dal pizzo da pagare ai malviventi, alle situazioni controverse tra Stati, al sequestro di persona.

L’ultima grande strategia di largo impiego, anche se meno facilmente definibile, è la *promessa*. Una promessa può essere letta come il contrario di una minaccia: infatti, mentre si minaccia qualcosa che può essere indesiderabile per entrambi, tendenzialmente si promette qualcosa di congiuntamente desiderabile. Ciò significa che una promessa riuscita può venire intesa come uno scambio di favori tra i giocatori.
Ovviamente l’armamentario strategico a disposizione di chi è chiamato a prendere decisioni non è limitato a queste sole tre azioni: molto spesso esse sono articolate in modo tale da creare, ad esempio, un mix tra minacce e promesse, avvertimenti e minacce e così via. Resta comunque tuttora valido ciò che il generale cinese Sun Tzu, vissuto nel VI secolo a.C., scrisse nel suo manuale *L’arte della guerra*: in caso di battaglia l’importante è vincere e vince solo chi sa pianificare in modo che quando si scende in campo si riesca ad ottenere il massimo profitto nel minor tempo possibile, meglio se senza combattere o col minimo di perdite (*vincere il nemico senza bisogno di combattere, questo è il trionfo massimo*).
Discorso diverso va fatto quando si passa dal livello “strategico” a quello pratico, quello della battaglia corpo a corpo. In tal caso sia il generale che il soldato hanno un obiettivo in comune: entrambi vogliono che il loro esercito vinca ed entrambi vogliono che il soldato sopravviva alla battaglia, ma l'importanza relativa della vita del soldato è molto maggiore per il soldato che per il generale.
Quindi il soldato razionalmente non fa ciò che il generale razionalmente vuole che lui faccia. Tanto per non perderci nell’astrazione, potrebbe essere più piacevole richiamare alla mente una scena di un film famosissimo degli ultimi anni: *Il Signore degli Anelli*. Prescindendo dalla fedeltà o meno della pellicola con quanto narrato nell’omonimo romanzo, è possibile individuare una scena che fa al caso nostro.
Nel secondo episodio della saga, in particolare nell’ultima scena della battaglia finale al Fosso di Helm, si affrontano i Rohirrim (gli uomini del

regno di Rohan) rifugiatisi nella loro fortezza e i temibili orchi Uruk-hai che sembrano avere la meglio. Al sorgere del sole, dalla collina nei pressi del fosso, una grossa parte dell'esercito di Rohan, data per dispersa, giunge in aiuto caricando gli orchi cavalcando forti destrieri e imbracciando lance e spade. Qual è la strategia migliore da tenere per gli orchi?

Essi si dispongono in linea e puntano le loro lance contro l'esercito che li sta attaccando: se tutti nella prima fila rimanessero fermi, molto probabilmente la possibilità di infrangere la carica diventerebbe concreta e solo pochi Uruk-hai morirebbero.

Se, invece, qualcuno si desse alla fuga la maggior parte degli orchi verrebbe calpestata dai cavalli e uccisa. Naturalmente la cosa più conveniente per il singolo orco, a questo punto, sarebbe fare come viene intimato dai generali e restare fermo. Giusto? No, sbagliato.

Ogni orco infatti può controllare solo sé stesso, non l'intera fila: se tutti gli altri restassero fermi e ci fosse un unico soldato a fuggire, egli non correrebbe quasi nessun rischio di essere ucciso dal nemico. Se, invece, tutti gli altri fuggissero la sua unica possibilità di successo sarebbe quella di essere il primo a farlo. Quindi, qualunque cosa gli altri decidano di fare, per lui sarebbe meglio fuggire.

Tutti se ne rendono conto, molti orchi fuggono, quasi tutti muoiono e perdono la battaglia. Per evitare comportamenti di questo tipo, nel corso dei secoli molte strategie sono state adottate con più o meno successo: fomentare la lealtà di gruppo, il patriottismo, lo spirito di appartenenza o la fede in un Dio che premia gli eroi e punisce i codardi o tante altre variazioni sul tema.

Un altro esempio più concreto è relativo alla rivoluzione americana: nei libri di storia molto spesso si etichetta l'esercito inglese con un giudizio impietoso per la sua ingenuità nel vestire le sue truppe con uniformi color rosso brillante e nel farle marciare in formazioni geometriche ordinate, divenendo così un facile bersaglio per gli eroici soldati americani (che oltretutto godevano di una ottima conoscenza del territorio su cui si combatteva). Ciò che forse troppo spesso non viene considerato è che gli inglesi non erano poi tanto inesperti nell'arte della guerra, basti ricordare come pochi decenni dopo riuscirono a sconfiggere Napoleone a Waterloo, sebbene alleati con altri Paesi.

E allora? La risposta forse risiede nel seguente semplice ragionamento: le formazioni geometriche ordinate rendevano difficile ai soldati scivolare di nascosto nelle retrovie. Inoltre, le uniformi appariscenti con molti bottoni brillanti praticamente impedivano ai soldati stessi di nascondersi o cercare di fuggire senza combattere: l'errore che si compie nel dare degli ingenui agli inglesi consiste nel non capire che queste strategie non furono ideate dai soldati, ma dai generali britannici per controllare i propri soldati. Il conflitto di interessi tra il soldato come individuo e il soldato come appartenente ad un gruppo è illustrato bene nel romanzo *Catch 22* di Josef Heller.

Il libro, edito nel 1961, dipinge una feroce critica alla guerra mediante la narrazione delle disavventure di un gruppo di aviatori statunitensi appartenenti a uno stormo di bombardieri operante in Italia durante la Seconda guerra mondiale. In esso rimane memorabile il battibecco tra un'ufficiale che da l'ordine ai suoi uomini di partecipare ad un'azione suicida e un soldato che si rifiuta di obbedire:

Ufficiale: *E se tutti facessero come te?*

Soldato: *Beh, allora sarei un bel cretino a fare diversamente, no?*

Io sto con la minoranza

In un film di qualche anno fa, Caro Diario, Nanni Moretti in vespa si ferma ad un semaforo e incomincia a parlare con un tizio in una cabriolet usando le seguenti parole:

Sa cosa stavo pensando? Io stavo pensando una cosa molto triste, cioè che io, anche in una società più decente di questa, mi troverò sempre con una minoranza di persone. Ma non nel senso di quei film dove c'è un uomo e una donna che si odiano, si sbranano su un'isola deserta perché il regista non crede nelle persone. Io credo nelle persone, però non credo nella maggioranza delle persone. Mi sa che mi troverò sempre a mio agio e d'accordo con una minoranza...

Il problema è che se tutti cercassimo di appartenere a questa minoranza diventeremmo maggioranza, creando una situazione altamente instabile, con una forte oscillazione da una parte all'altra. Situazioni tipiche sono quelle di chi vuole guadagnare comprando azioni ad un prezzo basso per poi rivenderle quando hanno una quotazione maggiore, quella dell'automobilista che cerca il percorso con il minor traffico, dei branchi di animali che cercano il pascolo meno sfruttato e molte altre situazioni ancora.

Ciò che si fa non è altro che cercare di indovinare quali saranno le decisioni della maggioranza per poi comportarsi nella maniera opposta. Il primo a formalizzare questa problematica è stato Brian Arthur, economista irlandese, a proposito di un bar di Santa Fe (nel Nuovo Messico, USA) chiamato *El Farol*.

Per questo motivo la formalizzazione di tali situazioni viene generalmente indicata con la dicitura *problema di El Farol*, o *problema del bar*. La comprensione della problematica è molto intuitiva: *El Farol* è in realtà una sorta di pub, un luogo di ritrovo più che un bar nella concezione italiana del termine, in cui ci si ferma solo il tempo per bere un caffè. I suoi avventori ci vanno per incontrare gli altri frequentatori, ma siccome il locale è piccolo quando la maggior parte degli abituali clienti sono presenti lo spazio è troppo affollato e non si riesce a socializzare come si vorrebbe.

Pertanto il frequentatore medio di *El Farol* esce di casa per raggiungere il locale solo quando suppone che la maggior parte degli altri frequentatori non vi siano diretti. La situazione è molto meno banale di come si possa supporre in un primo momento: le scelte dei singoli giocatori non possono essere condizionate vicendevolmente poiché non c'è comunicazione tra di loro prima di prendere la decisione e la sola informazione disponibile può essere quella relativa al numero di clienti presenti la serate precedenti a quelle in esame.

Pensare che esistano dei modelli matematici o di altro tipo che possano essere utilizzati dai giocatori per decidere quale strategia utilizzare è banalmente scorretto. Infatti, se ogni potenziale avventore utilizzasse lo stesso modello riceverebbe la stessa indicazione di tutti gli altri: se venisse detto che saranno in pochi ad uscire allora la maggior parte deciderebbe di andare al pub, invalidando l'ipotesi e divenendo maggioranza. Se, invece, il modello suggerisse che un buon numero di persone sta per andare al pub allora solo pochi agirebbero in modo contrario, invalidando anche in questo caso la credenza comune. Ma se invece di un unico modello previsionale ce ne fossero diversi?

Non sapendo gli altri giocatori quale di questi modelli utilizzano sarebbe comunque difficile per il singolo scegliere la sua strategia in modo ottimale: dal suo punto di vista, quindi, il problema è *impossibile da definire correttamente*. Le situazioni di interazione che rispecchiano queste caratteristiche vengono detti *giochi di minoranza*. Il problema risiede nella tipologia di ragionamento che viene effettuata dai giocatori in situazioni così complicate o mal definite come questa.

La psicologia moderna ci suggerisce che la maggior parte degli uomini usa solo limitatamente, perché altrimenti non sa fare, la logica deduttiva, quella cioè che a partire da premesse molto generali riesce ad arrivare a conclusioni particolari. Un esempio su tutti di applicazione sublime di tale tipologia di ragionamento, anche se non reale ma tratto ancora una volta dalla letteratura, ci è dato dal più famoso investigatore della storia moderna: Sherlock Holmes. Ne *Il segno dei quattro* fornisce l'ennesima lezione di logica al suo amico e collega Watson, di ritorno a casa da una uscita mattutina:

L'osservazione mi dice che questa mattina, lei è stato all'Ufficio postale di Wigmore Street; ma la deduzione mi suggerisce che, una volta lì, lei ha spedito un telegramma. Ancora l'osservazione mi dice che lei ha un po' di fango rossastro sotto le scarpe. Proprio di fonte all'Ufficio di Wigmore Street hanno scalzato il manto stradale tirando fuori del terriccio e accumulandolo in maniera tale che è difficile entrare nell'Ufficio senza calpestarlo. È un terriccio proprio di quel particolare colore rossastro che, per quanto mi risulta, non si trova in nessun'altra zona dei dintorni. Fino a qui, si tratta di osservazione. Il resto, è deduzione". "Ma come è arrivato a dedurre il telegramma?" "Elementare. Sapevo che non aveva scritto lettere dato che eravamo rimasti seduti insieme tutta la mattina. Vedo anche lì nel suo scrittoio aperto, che ha un foglio di francobolli e un grosso pacchetto di cartoline. Per quale motivo, dunque, sarebbe andato all'Ufficio Postale se non per spedire un telegramma? Elimini tutti gli altri fattori, e ciò che rimane deve essere la verità."

Siccome però non tutti abbiamo la lucidità di analisi dell'investigatore londinese, dobbiamo fare i conti con la realtà e renderci conto che, forse, siamo più bravi in altro: sappiamo riconoscere con molta più facilità percorsi e comportamenti molto meno generali che, però, ci portano ugualmente a benefici non solo immediati, ma anche di lungo termine. In situazioni complicate cerchiamo di semplificare al massimo le informazioni disponibili, riconducendole a schemi o situazioni già note e vissute in precedenza, per poterle affrontare nel modo migliore possibile.

Le risposte che riceviamo dall'ambiente poi ci portano a rafforzare o abbandonare alcune ipotesi fatte a riguardo, magari sostituendole con altre più rispondenti alle caratteristiche della situazione. In altre parole dove non riusciamo a farci un quadro dettagliato della situazione in cui dobbiamo agire, perché troppo complicato o perché deficitario nella sua definizione, utilizziamo dei modelli semplici per riempire questi vuoti di comprensione. Questa tipologia di ragionamento è detta *induttiva*.

Possiamo vedere un esempio concreto di questo comportamento nel gioco degli scacchi: i giocatori generalmente studiano la configurazione della scacchiera e cercano di ricordare come l'avversario si è comportato in situazioni analoghe per capire quale mossa è più conveniente fare. In altre parole essi utilizzano una sequenza di schemi, ipotesi basate sulle informazioni attuali e li rimpiazzano con altri che sembrano rispondere meglio alle esigenze quando necessario.

Non c'è in questi casi una soluzione razionale o un modello generalizzabile da poter utilizzare: il problema, non essendo ben definito, si presta ad essere meglio affrontato con un ragionamento di tipo induttivo piuttosto che deduttivo. Ci sono pertanto molte ragioni per cui la razionalità perfetta o deduttiva, utilizzata molto spesso anche nei nostri esempi e argomentazioni precedenti, possa non essere più considerata utile quando la situazione da affrontare si complica un po' troppo.

Due su tutte: quella più intuitiva è legata al fatto che il nostro apparato logico-deduttivo non risponde bene a situazioni molto complicate, evidenziando come la nostra razionalità in tali casi sia decisamente *limitata*.

L'altra è invece legata alle preferenze dei giocatori: nelle situazioni decisionali interattive i partecipanti al gioco sono portati, non conoscendo le propensioni degli altri, ad *ipotizzare* l'ordine di predilezione dei risultati dei loro avversari.

Questo atteggiamento li conduce nel campo delle credenze soggettive e delle ipotesi sulle credenze soggettive e così via: il problema diventa quindi basato su congetture più che su fatti e, come ci ammonisce lo stesso Sherlock Holmes, *è un errore enorme teorizzare a vuoto. Senza accorgersene, si comincia a deformare i fatti per adattarli alle teorie, anziché il viceversa.* Detto questo, come è stata modellata la situazione di *El Farol* da Arthur?

Applicando il ragionamento induttivo i giocatori imparano dall'esperienza quali delle loro ipotesi funzionano meglio rispetto alla presenza di clienti nel pub e, di volta in volta, scartano quelle peggiori, magari rimpiazzandole con altre che forniscono una risposta migliore.

Questo atteggiamento conduce a sistemi altamente variabili che, oltre ad evolvere rapidamente, riescono anche a risultare stabili per alcuni periodi di tempo, permettendo ai giocatori di stabilizzare le loro performances. Ci si può chiedere però se la continua alternanza tra minoranza e maggioranza, tra strategie vincenti e quelle meno appropriate, convergano verso qualche equilibrio (e se si sotto quali condizioni) oppure se rimane tutto aperto e caotico, mutabile al variare delle ipotesi e delle scelte dei giocatori. Per semplificare le cose supponiamo che la capacità massima del pub sia di 100 persone e che sia possibile godersi la serata solo quando sono presenti al massimo 60 clienti.

Arthur ha dimostrato che, per quanto si possano variare le conoscenze iniziali dei clienti (se conoscono solo quante persone ci sono state l'ultima volta, le ultime quattro settimane, una media delle ultime otto, ecc. ecc.) la soluzione a cui si arriva è sempre la stessa: la frequenza dei presenti al bar risulta essere, mediamente, sempre di 60 persone.

Ciò che si ottiene quindi è il raggiungimento di un sentiero di equilibrio in cui circa il 40% dei potenziali clienti prevede una presenza di più di 60 persone, mentre il rimanente 60% ne prevede meno di 60. Attenzione però: questo non significa che saranno sempre gli stessi clienti ad essere presenti. Ad equilibrio raggiunto rimane invariato il rapporto di 60 a 40, ma i membri di questi due gruppi cambiano continuamente, pur lasciando invariati i rapporti di forza tra i due: un po' come in un foresta nella quale le singole piante vengono abbattute e ricrescono, ma che dall'esterno sembra sempre uguale a sé stessa.

Interessante è soffermarsi sul perché l'equilibrio converga proprio al valore di 60: se considerassimo per semplicità questa interazione come un gioco di predizione, allora la strategia che assegna un probabilità pari a 0,4 al fatto che ci saranno più di 60 persone e 0,6 a quello che ve ne saranno meno di 60 è un equilibrio di Nash in strategie miste. Ma questo non ci spiega *come* i singoli agenti si avvicinano a queste probabilità avendo a disposizione le sole loro conoscenze e credenze soggettive. Per farci un'idea ipotizziamo che il 70 dei 100 clienti suppongano che per un lungo periodo di tempo nel pub saranno presenti più di 60 persone.

Questo significa che solo una media di 30 persone vi si recherà realmente: ciò equivarrebbe a dare ragione a quei modelli decisionali che avevano previsto una presenza pari a circa 30 persone. Quindi nelle interazioni successive aumenteranno sempre di più i giocatori che prevedranno una presenza media di 30 persone, facendone aumentare così sempre di più il numero. Si capisce facilmente come, ripetendo il ragionamento, nell'arco di poche interazioni il valore di previsione che si raggiunge stabilmente risulta essere proprio quello di equilibrio.

Questa tipologia di ragionamento induttivo risulta quindi essere molto utile in situazioni di razionalità limitata, quando l'esigenza evolutiva porta a situazioni in cui è maggiormente conveniente appartenere alla minoranza, facendo attenzione a non portare agli estremi le cose, come narrato dal premio Nobel per l'economia Robert Aumann in una sua recente pubblicazione sulla *teoria dei giochi*:

Narra il Talmud che un consesso di rabbini non riusciva a trovare l'accordo su una certa questione. Uno di loro, Rabbi Eli'ezer, aveva un'opinione diversa dagli altri, ma non ammetteva di essere in minoranza: "Se ho ragione – disse – che l'acqua dell'acquedotto scorra all'indietro". E infatti – miracolo. – l'acqua risalì la collina. Ma gli altri saggi scossero la testa: "Peccato, Eli'ezer, la legge non è determinata dal modo in cui l'acqua scorre, ma dall'opinione della maggioranza". Il dissidente non mollava, chiese altri miracoli e tutti si realizzarono. Il Cielo era dalla sua parte, gli uomini no. Alla fine, uno dei rabbini interpellò il profeta Elia in persona, chiedendogli: "Come ha reagito il Signore al fatto che la sua idea venga respinta dai saggi sulla terra?". Elia rispose: "Ci ha riso su e ha detto che i suoi figli lo hanno battuto.".

RE SALOMONE ERA DAVVERO COSÌ SAGGIO?

Finora abbiamo osservato un numero abbastanza ampio di giochi, o situazioni interattive, statiche e ripetute nel tempo, evolutive e non. È risultato palese come in ogni situazione ci fossero dei giocatori con determinati desideri, ciò che si aspettavano dal gioco, e il gioco stesso, cioè le modalità con cui essi potevano interagire tra di loro.

Questa appena fatta è una suddivisione molto importante: con una terminologia un po' più appropriata abbiamo già definito il primo aspetto quali *preferenze* sui possibili esiti della interazione che ogni attore coinvolto possiede in merito ad essa. Il secondo, invece, viene tecnicamente indicato come *meccanismo* del gioco. Per chiarire meglio il concetto si pensi ancora una volta agli scacchi. Questo antichissimo passatempo della cui origine sia temporale che geografica non si ha traccia certa, simulazione di una vera e propria guerra tra due eserciti capeggiati da un re[21], non può essere a tutti gli effetti considerato un gioco, almeno secondo la teoria matematica che stiamo imparando a conoscere.

Nella stessa condizione si trovano il poker, il calcio e tantissimi altri sport e/o attività interattive. Il perché è facile a dirsi: tutte le regole che definiscono questi svaghi rappresentano *solo* il meccanismo del gioco, cioè come le persone che decidono di dedicarvisi possono interagire tra loro. Sono invece del tutto assenti le *preferenze* dei giocatori rispetto agli esiti dell'interazione.

Negli esempi che abbiamo visto prima, situazioni in cui il fine del gioco poteva essere solo vincere, perdere o al massimo pareggiare, abbiamo ipotizzato pur con le dovute cautele che i giocatori avessero preferenze contrapposte rispetto a questi esiti. Ma è sempre stata una nostra supposizione. Esistono moltissime situazioni nelle quali non si ha alcuna

[21] Si pensi ad esempio che il termine *scacco matto*, che indica la fine del gioco con la vittoria di un esercito su un altro, deriva dal persiano *shah mat*, il re (lo shah) è deposto.

possibilità di identificare le preferenze a partire dalle regole del gioco, quando ad esempio qualcuno preferisce “perdere” per questioni di principio, per convinzioni religiose (si pensi ai martiri di ogni tipo) anche quando la razionalità (e lo stesso istinto di sopravvivenza) condurrebbe ad atteggiamenti diversi.

Riuscire a capire, o intuire, quali realmente siano le preferenze dei giocatori sembra pertanto appartenere più a facoltà di tipo divinatorio che matematico-scientifico. Chiarito però che il gioco in senso ampio deve necessariamente essere costituito da entrambi questi aspetti per essere correttamente interpretato, possiamo chiederci se sia possibile scegliere un particolare meccanismo in modo tale da poter *indirizzare* il risultato del gioco stesso. Situazioni di questo tipo sono molto più diffuse di quanto si possa credere.

Considerando un insieme di atleti, supponiamo di scattisti, come si può fare a stabilire quale di loro sia il più veloce? Si stabiliscono delle regole precise che determinano le modalità di interazione tra di loro e poi se ne osserva il risultato: esattamente quello che si fa alle Olimpiadi o nelle altre competizioni di atletica leggera. Un altro esempio potrebbe essere la modalità di determinazione del prezzo di vendita di un quadro preziosissimo, ad esempio un Modigliani o un Picasso.

Il tutto risiede nella progettazione di un opportuno meccanismo del gioco che possa spingere i giocatori, pur seguendo le loro preferenze, esattamente lì dove vogliamo. Questo non significa voler determinare aprioristicamente quale giocatore debba risultare vincitore, ma far sì che il risultato del gioco premi, ad esempio, il corridore più veloce e chi ha più interesse ad acquistare l’opera d’arte. Intuitivamente sappiamo già benissimo che è così: tutti quanti vorremmo avere un Modigliani a casa, ma la cosa ovviamente è impossibile essendocene copie limitate.

Il gioco a cui saremo costretti a partecipare per acquistarne uno sarà quindi pensato per favorire chi dimostra di volerlo maggiormente, essendo disposto a sborsare anche grandi cifre, magari partecipando ad un'asta. Un esempio tipico in letteratura di situazioni di questo tipo, in cui è necessario stabilire le regole del gioco per condurlo ad un risultato desiderabile, è riportato dall'episodio biblico di Re Salomone descritto nella Bibbia:

Un giorno andarono dal re due prostitute e si presentarono innanzi a lui. Una delle due disse: "Ascoltami, signore. Io e questa donna abitiamo nella stessa casa; io ho partorito mentre essa sola era in casa. Tre giorni dopo il mio parto, anche questa donna ha partorito; noi stiamo insieme e non c'è nessun estraneo in casa fuori di noi due. Il figlio di questa donna è morto durante la notte, perché essa gli si era coricata sopra. Essa si è alzata nel cuore della notte, ha preso il mio figlio dal mio fianco e se lo è messo in seno e sul mio seno ha messo il figlio morto. Al mattino mi sono alzata per allattare mio figlio, ma ecco, era morto. L'ho osservato bene; ecco, non era il figlio che avevo partorito io". L'altra donna disse: "Non è vero. Mio figlio è quello vivo, il tuo è quello morto". E quella, al contrario, diceva: "Non è vero. Quello morto è tuo figlio, il mio è quello vivo". Discutevano così alla presenza del re. Egli disse: "Costei dice: Mio figlio è quello vivo, il tuo è quello morto e quella dice: Non è vero. Tuo figlio è quello morto e il mio è quello vivo". Allora il re ordinò: "Prendetemi una spada.". Portarono una spada alla presenza del re. Quindi il re aggiunse: "Tagliate in due il figlio vivo e datene una metà all'una e una metà all'altra". La madre del bimbo vivo si rivolse al re, poiché le sue viscere si erano commosse per il suo figlio, e disse: "Signore, date a lei il bambino vivo; non uccidetelo affatto.". L'altra disse: "Non sia né mio né tuo; dividetelo in due.". Presa la parola, il re disse: "Date alla prima il bambino vivo; non uccidetelo. Quella è sua madre". Tutti gli Israeliti seppero della sentenza pronunziata dal re e concepirono rispetto per il re, perché avevano constatato che la saggezza di Dio era in lui per render giustizia.

Re Salomone è stato davvero così saggio nel riuscire a far emergere dalle menzogne quale fosse la verità o ha avuto un bel colpo di fortuna? Dopotutto, se la falsa madre fosse stata un po' più intelligente e sveglia avrebbe potuto reagire anche lei come l'altra donna, lasciando il sovrano nell'incertezza più assoluta. E allora cosa sarebbe successo?

Re Salomone in questa situazione è nella posizione di chi può scegliere il meccanismo del gioco per cercare di condurre le due donne verso una ben determinata soluzione: l'affidamento del bambino alla vera madre, pur non conoscendo le preferenze di ognuna di loro.

Tanto per non creare confusione supponiamo che le due donne si chiamino Anna (la vera madre) e Beth. Secondo quanto dettato dal sovrano esse hanno solo tre possibili opzioni, uguali per entrambe: affidare il neonato ad Anna (strategia *a*), affidare il neonato a Beth (strategia *b*), far uccidere il bambino (strategia *c*). I possibili risultati del gioco ideato da Salomone sono quindi tre: il neonato viene affidato ad Anna, oppure a Beth, oppure viene ucciso e diviso a metà tra le due donne. Immaginiamo, come la Bibbia fa, che le due donne effettuino le loro scelte (le loro dichiarazioni) contemporaneamente: Re Salomone c'è riuscito probabilmente perché, come abbiamo già detto, essendo la falsa madre un po' gonza ha pensato bene di sovrapporre la sua voce a quella Anna. Possiamo a questo punto schematizzare tutto così come siamo oramai abituati a fare:

		Beth		
		a	***b***	***c***
	a	*il neonato è affidato ad Anna*	*il neonato è ucciso e diviso a metà tra le contendenti*	*il neonato è affidato ad Anna*
Anna	***b***	*il neonato è ucciso e diviso a metà tra le contendenti*	*il neonato è affidato a Beth*	*il neonato è affidato ad Anna*
	c	*il neonato è affidato a Beth*	*il neonato è affidato a Beth*	*il neonato è diviso a metà tra le contendenti*

La Bibbia riporta che Anna scelse la strategia *b*, mentre Beth la *c*: l'obiettivo di Re Salomone è stato raggiunto e la vera madre ha potuto riabbracciare il suo bambino. Dal punto di vista della *teoria dei giochi*, però, il risultato ottenuto, cioè la coppia di strategie (*b*,*c*) non è affatto un equilibrio di Nash.

Per come è stato costruito il meccanismo del gioco, infatti, Anna nell'ordine preferisce: che il bambino venga affidato a lei, che venga affidato alla falsa madre, che venga ucciso. La tonta Beth, invece, dichiara esplicitamente che preferisce, nell'ordine, che il bambino venga affidato a lei, che venga ucciso e, solo per ultimo, che venga consegnato ad Anna.

Con queste preferenze l'unico equilibrio è dato dalle strategie (*b*,*b*): si assegna il bambino alla donna sbagliata. Solo recentemente un economista statunitense di nome Maskin, premio Nobel per l'economia nel 2007, ha dimostrato che in giochi in forma strategica di questo tipo, detti di *scelta sociale*, è impossibile ideare un meccanismo che possa avere come conseguenza, quale risultato di equilibrio, che il figlio sia assegnato alla vera madre.

Pertanto, dal punto di vista di Nash, il formato di gioco scelto da Salomone non è all'altezza della sua fama di saggezza o, per non urtare animi

sensibili, Salomone dimostra che a volte può essere *massimamente saggio* far conto sull'incapacità di molte persone di agire in modo del tutto razionale. E quindi? Il Re avrebbe potuto ricorrere a qualche altro sistema che potesse assegnare il bimbo alla vera madre senza dover sperare nella ingenuità delle persone che aveva di fronte?
La risposta è affermativa. Ma per capire come sia possibile impostare questo nuovo meccanismo del gioco dobbiamo passare al prossimo paragrafo e divagare ancora un po'. Ovviamente non ci siamo dimenticati del nostro obiettivo principale, capire come e perché i Radiohead abbiano deciso di utilizzare questo *inaudito* modo di commercializzare il loro ultimo disco. Ma per arrivare a questo dobbiamo ancora acquisire qualche nozione, ripartendo dagli antichi babilonesi.

Vendiamo il bambino su e-Bay

Abbiamo già detto come sia importante determinare un meccanismo del gioco che conduca ad ottenere il migliore risultato per chi lo propone. Le alternative possono essere tante, ma quella che si è affermata quale una delle applicazioni più interessanti della *teoria dei giochi* è senza dubbio l'asta. In generale le aste sono situazioni di rivalità in cui uno o più oggetti sono assegnati a coloro che offrono di più in termini monetari o di altro genere. Le prime aste di cui si abbia testimonianza scritta avevano luogo in Babilonia all'incirca nel 500 a.C.. Lo storico Erodoto riporta nel primo libro delle *Storie* la prima testimonianza storica a noi pervenuta relativa all'impiego di un meccanismo di tale tipo:

In ogni villaggio una volta l'anno si fa questo: quando le fanciulle sono mature per le nozze le riuniscono tutte, le raccolgono tutte insieme in un luogo ed intorno ad esse si pone una folla di uomini. Un araldo, fattele alzare una dopo l'altra, le mette in vendita, prima la più bella di tutte e poi, quando questa, trovato un compratore, sia stata venduta a caro prezzo, *passa ad offrirne un'altra, quella che è forse la più bella dopo la prima. Vengono messe in vendita per essere sposate. Quanti Babilonesi in età da ammogliarsi erano ricchi, superandosi l'un l'altro acquistavano le più belle; quanti invece erano popolani, non si curavano affatto di un bell'aspetto ma prendevano denari ed insieme le ragazze più brutte. Infatti, quando l'araldo aveva terminato di vendere le più belle, faceva alzare la più brutta o qualche storpia se c'era e la offriva per chi volesse sposarla ricevendo la più piccola somma di denaro, fin tanto che la donna rimaneva aggiudicata a colui che si impegnava a prenderla con il minimo compenso. Il denaro veniva dalle belle che così accasavano le brutte e le deformi.*

All'epoca di Omero nacquero poi le prime aste degli schiavi. L'isola di Delo, in cui nacque il dio Apollo, divenne nell'antica Grecia il principale mercato degli schiavi aperto a compratori sia greci che romani. Questi ultimi introdussero poi questa forma di commercio su vasta scala.
I soldati, ad esempio a seguito di vittoria militare, vendevano il loro bottino di guerra al miglior offerente. I romani utilizzavano le aste anche per liquidare le loro proprietà. Narra la leggenda che Marco Aurelio vendette all'asta cimeli pregiati e mobili in un'asta durata più di due mesi. Ma quella più mitizzata è quella del 193 d.C., quando l'intero impero romano fu messo all'asta dalle guardie pretoriane dopo che ebbero ucciso l'imperatore Pertinace.
Essa fu vinta dal senatore Didio Giuliano che sborsò per i pretoriani ben 6250 dracme a testa. Ma, appena 2 mesi dopo, Didio fu ricompensato del favore dai pretoriani che, senza tirare fuori una dracma, lo fecero decapitare quando Settimo Severo conquistò Roma. Dopo questo caso le aste non vennero più considerate fino al tardo Medioevo, periodo in cui si ha di nuovo loro notizia per il commercio degli schiavi. Nel XVI secolo, poi, il re di Francia conferì ad un gruppo di persone il titolo di *huissers priseurs* e il diritto esclusivo di vendere le proprietà dei defunti. Le aste si svolgevano

sul fondo di proprietà del defunto, subito dopo la sua morte. La prima asta generale fu fatta nel 1712 da tale Pierre Antoine Matteus. Esse pubbliche erano svolte all'aperto mentre nel XVIII secolo si tenevano nei mercati chiusi, soprattutto caffè e taverne, per vendere, attraverso cataloghi, oggetti rari e da collezione.

Nello stesso periodo tale procedura si è sviluppata nei Paesi Bassi, dove ebbero luogo le prime aste di oggetti d'arte: si potevano, infatti, acquistare dipinti e stampe. Il prezzo era stabilito e poi ribassato finché qualcuno non si aggiudicava la partita. Questo tipo d'asta prese il nome di *asta olandese*. Sempre nello stesso periodo, in Cina, questa forma di negoziazione si teneva nei templi buddisti. I beni dei monaci defunti erano venduti all'incanto: a svolgere il ruolo di banditore era un altro monaco. Diversamente da ciò che accade attualmente, il compito di costui era quello di frenare gli animi degli offerenti che si lasciavano travolgere troppo spesso dall'entusiasmo.

La Cina è anche il luogo di origine dell'asta *a stretta di mano,* in cui gli offerenti si dispongono a semicerchio intorno al banditore e, a turno, gli stringono la mano. Le mani coperte da uno scialle non possono essere viste dagli offerenti, mentre le offerte vengono fatte con le dita. La popolarità dell'asta in Gran Bretagna crebbe quando dai paesi bassi giunse, nel 1688, Guglielmo III. Già dieci anni più tardi, per vendere i beni provenienti dall'India Orientale, era necessario indire le cosiddette *aste a candele*.

Si accendeva una candela e chi riusciva a fare l'ultima offerta, prima che la fiamma si spegnesse, si aggiudicava l'oggetto all'asta. Fu l'autore britannico Warner a coniare il termine inglese *auction* togliendo la desinenza al termine latino *auctionem,* in cui si era imbattuto, mentre traduceva un brano di Plauto. La parola *auctionem* deriva dal latino *augere*, che significa "aumentare". Infatti la forma d'asta più amata funziona secondo questo schema.

Gli offerenti rilanciano le offerte dei concorrenti per un determinato oggetto e il miglior offerente si aggiudica l'oggetto messo all'asta. Questa forma d'asta è detta *asta inglese*. In Inghilterra divennero popolari soprattutto le aste di oggetti d'arte e libri ed è proprio qui che nacquero due delle maggiori case d'asta al mondo: Sotheby's (la casa d'asta di libri) fondata nel 1744 e Christie's (casa d'asta di oggetti d'arte) fondata nel 1766 che oggi hanno notevolmente ampliato la loro offerta non limitandosi più solo a libri o oggetti d'arte. I coloni inglesi che avrebbero dato vita agli Stati Uniti portarono con loro il concetto d'asta, tanto che questo sistema era utilizzato per la vendita di attrezzi agricoli, animali e tabacco.
In realtà le aste sin dall'epoca medievale e nei secoli a noi più prossimi erano ben lontane dall'avere finalità di pubblico interesse, esse sono state osteggiate dai governi con la motivazione che queste parevano incoraggiare la pratica dell'usura. Verso il 1960, tuttavia, il governo statunitense ha fatto uso di questo meccanismo di negoziazione per la vendita dei diritti di sfruttamento di risorse minerarie, come ad esempio il petrolio, oppure per la vendita di titoli del debito pubblico, riscoprendo molti degli aspetti positivi derivanti da tale pratica.
Ancor più di recente l'asta è stata utilizzata, sempre dal governo americano, per la vendita delle licenze per l'uso dello spettro elettromagnetico per i "personal communications services". Inoltre l'asta è stata utilizzata qualche anno fa per la vendita delle licenze Umts (licenze per le reti a banda larga necessarie per i cellulari del nuovo millennio) in Gran Bretagna, Germania e Italia. La vera rivoluzione, tuttavia, è rappresentata dall'asta online: l'avvento di Internet, intorno al 1993, nonché l'evoluzione della *tecnologia dell'informazione* nella costruzione di software capaci di gestire questo tipo di negoziazione, ha permesso a questa procedura un più ampio campo di applicazione nelle transazioni economiche. La più riuscita e famosa applicazione di questo tipo è senza dubbio e-Bay.

Le aste, per la loro struttura, sono un argomento particolarmente adatto ad essere studiato tramite la *teoria dei giochi* perché specificano le regole di interazione che ne precisano chiaramente il meccanismo.
Inoltre permettono di schematizzare situazioni in cui l'informazione tra i giocatori non è simmetrica, cioè non tutti conoscono le stesse cose, sia sull'oggetto messo in vendita sia sulle preferenze dei concorrenti. Oltre ai due formati di asta già citati, quello olandese e quello inglese, ne esistono almeno altri due che sono degni di nota: quello in *busta chiusa di primo* e *secondo prezzo*.
Nel primo caso i potenziali compratori sottomettono al venditore delle offerte in busta chiusa (questo significa che gli altri partecipanti non sanno quanto viene offerto: possiamo considerare quindi le offerte come se fossero fatte *contemporaneamente*, come in un gioco statico) e il bene in vendita viene aggiudicato al maggior offerente in cambio del prezzo offerto, mentre gli altri acquirenti non ottengono e non spendono nulla.
Questo tipo di asta è molto diffuso nella pratica economica: ad esempio è lo strumento usato per risolvere i casi controversi di comproprietà di un giocatore nei campionati di calcio. Nell'asta di secondo prezzo, invece, i compratori sottomettono le loro offerte sempre in busta chiusa (gioco statico) e il bene viene aggiudicato al maggior offerente che però paga l'offerta più alta tra quelle che non si sono aggiudicate l'asta. Con quest'ultimo particolare meccanismo, pertanto, non conviene mai offrire più della propria valutazione del bene messo in vendita: per capire meglio il perché consideriamo il caso di una interazione con solo due pretendenti e un oggetto da aggiudicarsi, ad esempio un quadro.
Supponiamo che per il primo giocatore il quadro valga 7 milioni di euro. Sapendo però che lui pagherà non quanto offre, ma il prezzo della seconda offerta, potrebbe pensare di offrire di più, tanto per essere sicuro di aggiudicarsi lui l'oggetto. Immaginiamo quindi che nella busta chiusa dichiari di essere disposto a pagare 9 milioni. Allo stesso tempo anche

l’altro giocatore fa la sua offerta: supponiamo 8 milioni. Il risultato è che il primo giocatore vincerà l’asta perché è stato quello che ha offerto di più e dovrà pagare 8 milioni, cioè l’offerta del secondo giocatore che ha perso. Questo significa però che dovrà esborsare ben 1 milione di euro in più rispetto a quanto l’oggetto vale per lui. Questo semplice esempio dimostra come in aste di questo tipo non convenga mai offrire più della propria valutazione del bene. Non conviene però neppure offrire di meno, perché si riduce semplicemente la possibilità di aggiudicarsi il bene all’asta senza peraltro ridurre l’eventuale ammontare da sborsare.

Di conseguenza l’asta di secondo prezzo ha una semplice e sola strategia ottima, indipendente da quanto proposto dagli altri concorrenti: offrire sempre e comunque la propria valutazione del bene. In altre parole fare questa scelta è una *strategia dominante*. Si noti che questo comportamento è ottimale per il giocatore qualsiasi sia la strategia scelta dai suoi antagonisti e caratterizza l’asta in modo tale da consegnare il bene a colui che lo valuta maggiormente, rendendola cioè *efficiente*. Ma allora perché Re Salomone non ha costretto le due donne ad applicare questo meccanismo di gioco per capire a chi affidare il bambino?

Cosa sarebbe successo? Se ipotizziamo, così com’è lecito fare, che la valutazione della vera madre sia maggiore di quella della falsa, il bimbo verrà aggiudicato senza ombra di dubbio a lei. Essa però, come previsto dalle regole dell’asta, sarà costretta a pagare il secondo prezzo, ovvero quanto offerto dall’altra donna.

A questo punto qualcuno potrebbe fare alcune (intelligenti) obiezioni: chi ci assicura che la valutazione della falsa madre non sia maggiore di quella della vera madre? Di fronte a questa domanda dobbiamo serenamente, anche se tristemente per il caso particolare, ammettere che tutti i metodi descritti, anche quelli visti in precedenza, sono impotenti di fronte ad osservazioni di questo tipo.

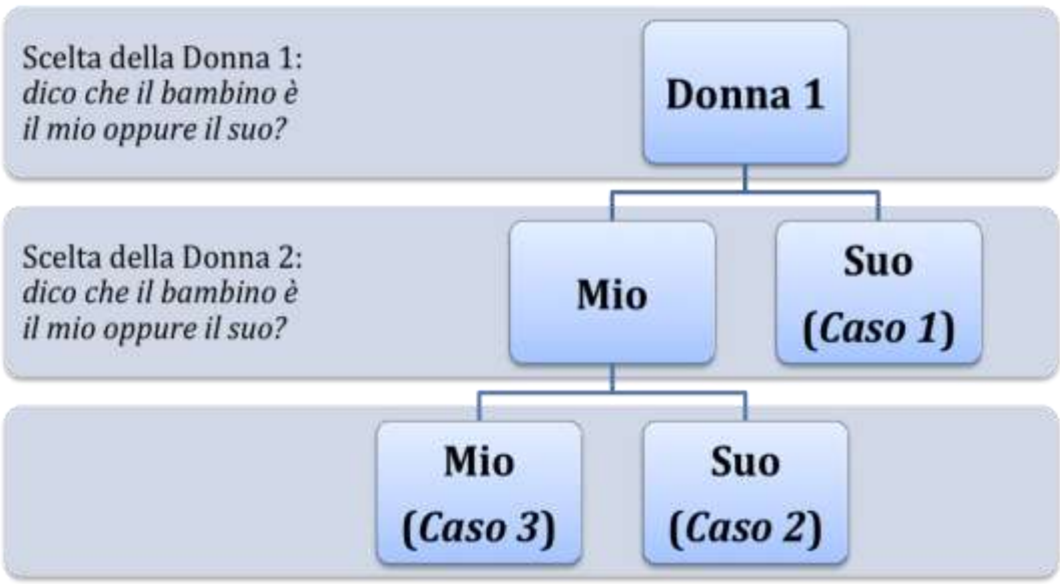
Essi, infatti, si basano sulle preferenze degli attori coinvolti e non lavorano su un piano oggettivo, indipendente da essi. Questa riflessione non è banale: ci dice che i metodi che tradizionalmente siamo soliti utilizzare sono esposti a forti rischi distorsivi.

Ciò può avvenire, ad esempio, in presenza di giocatori con *particolari* preferenze: un esempio lampante della possibile distorsione sulla valutazione delle preferenze altrui potrebbe essere dato dal caso in cui si abbia inconsapevolmente a che fare con un sadico, che prova piacere nella sofferenza dell'altro, o con un masochista, che invece prova piacere per la propria. Se la falsa madre fosse stata una sadica avrebbe potuto valutare il "possesso" del bambino di più di quanto non lo avrebbe potuto valutare la vera madre, mandando a monte tutti i discorsi sull'efficienza di tale meccanismo del gioco.

C'è poi un altro aspetto da considerare: ammettendo che la vera madre effettivamente offra la valutazione monetaria maggiore, rispetto a quella fasulla, chi ci assicura che poi essa abbia a disposizione il corrispettivo quantitativo economico? E poi, quanto è giusto che la vera madre debba pagare per poter avere ciò che è legittimamente suo? I più romantici potrebbero pensare che il buon Salomone a quel punto avrebbe potuto rifiutare di incassare la somma, ma questo avrebbe voluto dire rinunciare al meccanismo di gioco che lui stesso aveva ideato, producendo un *non sense*. Supponiamo allora che tali scorciatoie da *Libro Cuore* non siano ammissibili: è possibile pensare a qualche particolare meccanismo che, pur usando un metodo di quantificazione monetaria per l'offerta, in equilibrio non faccia avvenire nessun pagamento?

Escludendo la soluzione che porta all'uccisione e alla divisione del bambino, non fosse altro perché sarebbe troppo semplice e dovremmo chiudere subito il paragrafo, proviamo a modificare le regole del gioco, a partire dal fatto che l'interazione tra le due donne non avviene più contemporaneamente, ma in modo sequenziale. In questo caso, come può essere intuitivo pensare, è più comodo utilizzare la forma estesa per rappresentare il gioco piuttosto che la forma "a tabella" come fatto finora.

L'informazione nel nostro caso è perfetta: le azioni avvengono in modo sequenziale e tutte quelle precedentemente effettuate sono *osservate* dai giocatori prima di scegliere la mossa successiva. Nel nostro caso i turni di mossa saranno solo due: le due donne potranno, in sequenza, affermare se il bambino è il loro oppure no e quanto sono disposte a pagare. Come prima supponiamo che l'offerta economica della vera madre (che indichiamo con α) sia più alta di quella dell'altra donna (che indichiamo con β): la vera madre preferisce avere il bambino, anche dovendo pagare una certa cifra α, piuttosto che non averlo. La falsa madre, invece, preferisce avere il bambino, anche dovendo pagare β, ma non è disposta a pagare α. Lo schema che possiamo fare del gioco è il seguente:



Come si vede, a prescindere da chi sia la prima donna a fare la sua dichiarazione, i possibili risultati del gioco sono tre. Nel *Caso 1* il bambino viene assegnato alla Donna 2 e nessuna delle due donne pagherà nulla al sovrano: infatti la prima donna che fa la sua dichiarazione dice che il bambino non è il suo ma dell'altra. Il *Caso 2*, invece, prevede l'assegnazione del bambino alla prima donna senza che, anche in questo caso, nessuno paghi nulla. Entrambe, infatti, dichiarano la stessa cosa. Nell'ultimo caso la donna che offre di più riesce ad ottenere il bambino, ma anche l'altra offerente deve dare la sua quota al Re, pur senza ottenere il bambino.

Questa quindi è una soluzione che non risulta essere molto favorevole a nessuno: la Donna 2, che è l'ultima a fare la scelta possibilmente eviterà tale risultato ed opterà per il *Caso 2*. Rimane solo da capire se la prima persona che effettua la scelta possa trarne un vantaggio oppure no. Vediamo i due casi possibili: la Donna 1 è la vera madre. Quando toccherà scegliere alla Donna 2 preferirà dire *suo*. In caso contrario, infatti, dovrebbe pagare β al sovrano pur senza ottenere nulla in cambio.

E quindi, di conseguenza, al momento di scegliere, la Donna 1 dirà *mio*. Cioè il bambino è affidato alla vera madre e nessuno paga nulla. Ma se a cominciare fosse la falsa madre? La Donna 2, che in questo caso è la vera madre e pure l'ultima a fare la scelta, dirà sicuramente *mio*. Il risultato sarebbe il Caso 3: pur pagando otterrebbe suo figlio.

A questo punto, però, la falsa madre preferirà dire *suo*, visto che comunque il bimbo sarebbe dato alla vera madre. Anche in questa situazione, quindi, la madre ottiene il suo bambino e non avviene nessuno scambio di denaro.

Ovviamente c'è un requisito minimo da considerare: i valori α e β devono essere noti a entrambe le donne oltre che a Re Salomone. Questi forti requisiti sulla conoscenza dei giocatori volendo si possono ridimensionare notevolmente, ricorrendo a meccanismi più sofisticati di quello che abbiamo visto, ma per farlo la formalizzazione matematica diventerebbe d'obbligo, a scapito della semplicità che si è cercato di mantenere in questo testo.

Pertanto l'idea di introdurre lo scambio monetario, addirittura di concepire che la madre possa pagare per avere il proprio figlio, ci ha permesso di ottenere un interessante risultato senza dover assumere che l’altra donna fosse, oltre che perfida, anche estremamente ingenua. Generalizzando quanto abbiamo visto possiamo dire che il modo tipico di risolvere un gioco in forma estesa con informazione perfetta consiste nell’uso di una procedura detta di *analisi a ritroso* del gioco, cioè partendo dalle ultime mosse.

Per il giocatore all’ultimo turno di mossa è molto semplice individuare in che cosa consista una scelta ottima (per lui). Si tratta semplicemente di optare per una delle mosse alternative che corrisponde ad un esito migliore per chi sceglie. Ma allora diventa ben definita anche la scelta ottima per l’altro giocatore a cui spetta il turno di mossa immediatamente precedente, sempre che egli tenga presente che chi muoverà dopo di lui a sua volta farà una scelta ottima per sé stesso. Basta a questo punto anticipare gli esiti di ogni possibile mossa in vista delle scelte ottime di chi farà le mosse successive, paragonarli, e scegliere l’azione che conduce all’esito migliore. Alla procedura di *induzione a ritroso* viene prevalentemente associato il tipo di soluzione detto *equilibrio perfetto nei sottogiochi*, dove per sottogioco si intende una parte del gioco che possa essere considerata come parte a sé stante, analizzabile singolarmente. Non si ricercano più dunque solo gli equilibri di Nash dell’intero gioco, ma quei piani di azione che costituiscono un equilibrio anche quando ristretti ad ogni possibile sottogioco individuabile. Nel caso delle due donne di sottogioco ce n’è solo uno, quello corrispondente alla scelta della Donna 2.

Tra l’altro, visto che la Donna 2 è l’ultima a decidere, richiedere che la sua scelta sia ottimale equivale implicitamente a chiedere che essa sia di equilibrio, nel senso di Nash.

NON SIAMO SCATOLE DI BISCOTTI

Finalmente eccoci arrivati al cuore del discorso, cioè al nostro punto di partenza, alla domanda che ci eravamo posti all'inizio di questo libro: cosa c'entrano i Radiohead con la *teoria dei giochi* e in particolare con John Nash, il matematico paranoide che si credeva il piede sinistro di Dio?
Gli strumenti concettuali che abbiamo fatto nostri in questo, si spera piacevole, percorso ci verranno in soccorso per capire che la decisione della band relativa al suo ultimo lavoro non è stata una scelta né azzardata né da pazzi, ma basata su una solida teoria economica e comportamentale. Nell'estate del 2007 è cominciata sapientemente a circolare su internet e sui mezzi di comunicazione una notizia rivoluzionaria che ha suscitato, a seconda dei casi, reazioni incredule, infastidite, entusiaste.
L'ultimo lavoro dei Radiohead era stato ultimato e la band aveva scelto una curiosa e provocatoria modalità di distribuzione: *In Rainbows* sarebbe stato disponibile sul loro sito ufficiale ad un prezzo libero. Andando sul sito web ciò che compariva era una semplice schermata con la cover del CD, per l'appunto un arcobaleno psichedelico, con la possibilità di inserire l'offerta economica desiderata per effettuare il download dei brani. Poco più giù nello schermo era possibile individuare uno di quei classici pulsanti con la dicitura *more info*.
Chiedendo maggiori informazioni ciò che avveniva era l'apertura di nuova finestra con una scritta ancora più singolare: *No really. It's up to you.* Davvero, il prezzo lo decidi tu. Il perché di tale scelta è stato a più riprese spiegato dal leader della band, Thom Yorke:

"*Quando hai finito di registrare un disco, se vuoi farlo arrivare subito all'ascoltatore, non hai altro mezzo che la rete. […] Il processo industriale serve solo a sottrarre guadagni agli artisti e a rendere il disco sempre più* *costoso. Un tempo l'industria lavorava per far conoscere i giovani artisti, oggi invece le major tendono a eliminare chi non ha un riscontro commerciale immediato. […] Il nostro non è un gesto contro le persone con cui abbiamo lavorato*[22]*, ma contro un sistema di acquisti e fusioni che ha portato alla creazione di queste maledette multinazionali. E nessuno si è preoccupato di venirci a raccontare quel che è successo, come se la cosa non riguardasse anche noi. Non siamo fottute scatole di biscotti.*".

Queste le motivazioni ufficiali a giustificazione della loro decisione. Fuor di retorica, però, dobbiamo oggettivamente considerare almeno tre importanti fattori che hanno facilitato una scelta in questa direzione della band: la scadenza del loro contratto discografico con la EMI, il privilegio di avere uno zoccolo duro e molto ampio di persone che li conosce e li apprezza, il fatto che la maggior parte dei loro fan ha familiarità con Internet.

Partendo da questi dati di fatto possiamo interrogarci sulla scelta di Yorke e compagni e cercare di spiegarci perché una buona percentuale della gente che poteva scaricare legalmente e gratuitamente il loro nuovo lavoro ha, invece, pagato. Prima di farlo è importante però considerare la forte influenza che l'effetto novità e le motivazioni fornite dalla band hanno avuto sia sul loro pubblico, sia sulla popolazione estremamente più ampia di chi ascolta musica.

I risultati di questo vero e proprio esperimento sono piuttosto dibattuti tra quanto viene ufficialmente detto dalla band (che comunque i dati reali se li tiene ben stretti) e quanto viene affermato da agenzie indipendenti di ricerca. Sembra comunque abbastanza assodato che durante la sola prima settimana ci siano stati 1,2 milioni di download, a una media di 6 euro ognuno, con circa il 50% di persone che non ha pagato nulla. Di nostro interesse non è tanto chi ha scaricato l'album gratuitamente, visto che avrebbe comunque potuto farlo attraverso metodi illegali di file-sharing, ma

[22] I precedenti lavori, infatti, sono stati tutti distribuiti attraverso i normali canali e tutti con la EMI.

chi lo ha acquistato pagando mediamente una cifra di 12 euro. Con un po' di ironia, su un blog di fan della band un ragazzo ha scritto: "Io ho scaricato l'album dei Radiohead senza pagare un centesimo, perché così si comporta un giocatore razionale".

E il nostro simpatico amico ha perfettamente ragione. Ancora una volta ricompaiono i termini giocatore e razionalità, che più volte abbiamo incontrato. A prescindere dalla poca chiarezza dei dati sugli effettivi download, una cosa risulta molto ben definita anche senza di essi: la struttura strategica del rapporto tra i Radiohead e i loro fan. Ogni singolo ascoltatore di musica, nel momento in cui esce un lavoro di suo interesse, ha tre opzioni: comprare l'album in negozio, comprarlo (risparmiando) su Apple Music Store oppure scaricarlo gratis, ma illegalmente. Chi come noi ha qualche conoscenza di *teoria dei giochi* sa che situazioni simili possono essere schematizzate attraverso un gioco.

Nel particolare caso di *In Rainbows* si adatta benissimo ciò che in letteratura viene definito *ultimatum game*. In esso ci sono due giocatori che si devono dividere qualcosa: un euro, una torta, pezzo di terra. Nella fattispecie stiamo considerando un CD (anche se non nel senso tradizionale, visto che si potevano scaricare solo gli *mp3*). Il primo giocatore a muovere offre una cifra al suo interlocutore, il secondo può solo accettare o rifiutare. Se accetta si realizza lo scambio così come proposto, se rifiuta nessuno dei due prende niente.

Questo gioco ha un unico equilibrio perfetto nei sottogiochi: il primo giocatore offre al secondo il minimo indispensabile, perché cerca di massimizzare la propria utilità e il secondo accetta, perché altrimenti non riceverebbe nemmeno quello. Fin qui quello che ci dice la *teoria dei giochi*, cioè quella teoria che, come abbiamo più volte detto, fa suoi alcuni assunti della teoria economica neoclassica: in particolare la razionalità dei giocatori, intesa come precisione nel calcolo e la cinica cura dei propri interessi individuali.

Se consideriamo la situazione appena esposta, ci rendiamo facilmente conto del fatto che nessuna delle due persone coinvolte ha nulla da guadagnare a cambiare strategia: il secondo può rifiutare, ma così perderebbe anche quell'offerta minima che gli è stata fatta, mentre il primo potrebbe fare un'offerta più generosa, ma dovrebbe rinunciare a parte della sua utilità (benessere, soldi, torta, ecc.).
Nel nostro caso il primo giocatore è rappresentato dal singolo acquirente, che deve decidere quale prezzo pagare per avere l'ultimo lavoro dei Radiohead, la band è il secondo. Ma se fosse così semplice, se tutti i giocatori fossero stati razionali, il ragionamento avrebbe dovuto essere il seguente: visto che mi basta offrire un solo centesimo ai Radiohead, perché tanto sono costretti ad accettare comunque, perché offrire di più? Questo infatti è l'unico equilibrio del gioco così come proposto dalla stessa band.

Quello che si è osservato, invece, è stato il fatto che moltissima gente ha giocato strategie di non equilibrio, pagando somme significativamente diverse da un centesimo, dando ragione ai musicisti della scelta fatta. Cosa c'è allora di sbagliato nel ragionamento che abbiamo prima riportato? Il problema fondamentale è che questo modo di pensare considera l'interazione tra i due giocatori come se fosse priva di emozioni, una situazione cioè in cui il singolo fan non prova alcun senso di colpa o pudore nel fare un'offerta *alla Nash* e la band nessun senso di indignazione e/o rabbia di fronte ad una sottovalutazione così sfrontata del proprio lavoro. Le situazioni economiche di tutti i giorni, però, ci danno evidenza del fatto gli uomini molto raramente si comportano da *homo economicus*, tipico della concezione neoclassica, ma considerano una funzione utilità molto più articolata di quella corrispondente alla sola massimizzazione del profitto.

Essa contempla anche motivazioni non monetarie collegate, ad esempio, ad un senso di equità, di giustizia. Così essi possono decidere di *punire* la controparte, rinunciando ad esempio alla propria quota di guadagno, qualora questi non faccia delle proposte sufficientemente *corrette*. D'altro canto, lo stesso senso di giustizia tende a motivare le scelta di chi fa la prima offerta, nonostante usufruisca di un vantaggio strategico rispetto all'altro: gli esperimenti condotti su gruppi di persone dimostrano che chi si trova nella situazione di effettuare la prima mossa tende a chiedere per sé solo il 50-60% della "torta" in questione.

Il perché di questo atteggiamento non è completamente noto. In un recente studio del prof. Marc Hauser dell'Università di Harvard, nel quale gli atteggiamenti degli scimpanzé vengono confrontati con quelli umani, si riportano evidenze empiriche di come i primati risultino essere più pazienti dei loro lontani discendenti, mentre gli uomini sembrano avere sviluppato maggiormente un senso di equità e di riequilibrio sociale, probabilmente frutto delle loro conquiste culturali, piuttosto che legate ad un discorso di differenza genetica.

A dimostrazione di questo, lo studioso Keith Jensen e i suoi colleghi del Max Planck Institute for Evolutionary Anthropology di Lipsia hanno condotto alcuni esperimenti ideando un modo ingegnoso di far giocare agli scimpanzè l'*ultimatum game*: due vassoi sono stati disposti sufficientemente lontano dalle gabbie delle due scimmie. Su ogni vassoio erano presenti dieci acini d'uva disposti su due piattini in modo differente, 3 e 7, 6 e 4 o in altro modo. Uno dei due scimpanzé, che fungeva da proponente, aveva la possibilità di scegliere un vassoio mediante una fune, che però gli permetteva di avvicinarlo a sé non abbastanza da poter prendere l'uva. Diventava quindi fondamentale il contributo dell'altro scimpanzé che con la sua fune poteva avvicinarlo ulteriormente permettendo ad ognuno dei due di prendere il proprio piattino, oppure poteva decidere di non fare nulla e, di conseguenza, non consentire nemmeno al primo di mangiare la frutta. Il risultato di questo esperimento ha dato conferma del fatto che gli scimpanzé sono effettivamente dei massimizzatori di utilità, si comportano cioè esattamente come la teoria neoclassica prevede: nonostante il proponente scelga sempre il piattino con il maggior numero di chicchi d'uva, il secondo giocatore raramente risponde rifiutando, ma accetta comunque, per quanto pochi siano quelli riservati a lui. Un elevato numero di ricercatori nel campo dell'evoluzione umana suppone che il senso di equità e la propensione a punire i comportamenti esageratamente egoistici, anche a costo di rimetterci qualcosa, è ciò che ha consentito la creazioni di grandi gruppi sociali quali quelli umani. Senza di esso, infatti, il comportamento non equo anche di un solo elemento potrebbe facilmente destabilizzare il sistema di relazioni create: non sarebbe un equilibrio evolutivamente stabile, così come si è già visto nel gioco tra falchi e colombe.

Possiamo quindi dire con assoluta certezza che esiste un valore di soglia dell'offerta al di sotto della quale il senso di colpa, o di disagio, ci impedisce di andare, impedendoci di fatto di comportarci da giocatori strettamente razionali, o da scimpanzé. Un fattore che sicuramente condiziona ulteriormente questo tipo di analisi è *il modo in cui viene percepito l'ambiente esterno,* che condiziona fortemente il risultato dell'interazione strategica.

In processi decisionali complessi, la percezione di un particolare contesto all'interno del quale la situazione in esame si sviluppa, influisce sul modo di processare le informazioni, sulle preferenze e, quindi, sulle scelte e sull'esito del gioco stesso. Alcuni studiosi ritengono addirittura che il modo in cui gli individui rispondono ad un problema dipenda *esclusivamente* dal modo in cui esso viene presentato. In altri termini, l'effetto contesto tende a realizzare asimmetrie informative che influenzano in modo decisivo i giocatori. Ciò che si viene a creare non è molto simile dal fenomeno fisico del *miraggio,* creato dalla rifrazione dei raggi luminosi che attraversano la superficie di separazione creatasi tra due strati di aria, uno più caldo e rarefatto a contatto col suolo e l'altro più fresco e denso.

Analogamente, particolari situazioni di contesto possono creare forti asimmetrie informative che spingono i giocatori ad agire basandosi su congiunture e percezioni falsate che possono condizionare in modo drastico il risultato del gioco. Nel nostro caso, i Radiohead sono stati molto abili nel crearsi un contesto ad hoc, per distorcere o modificare la percezione dei loro fan e, perché no, allargare il loro consenso. Le loro dichiarazioni sono state tutte tese ad intessere un dialogo diretto non solo con il proprio pubblico, ma più in generale con tutti gli ascoltatori di musica, mettendo più volte in evidenza come questa loro scelta fosse stata presa a favore anche dei piccoli artisti (che non vengono valorizzati dalle grandi major) oltre che dei fan, che a loro volta avrebbero potuto acquistare l'opera ad un prezzo molto più giusto rispetto a quanto tradizionalmente imposto dalle grandi etichette.

Quanto si voleva comunicare, pertanto, era mirato soprattutto a sottolineare come la musica di qualità, alla fine, possa riuscire comunque a trovare un canale di diffusione adeguato, nonostante tutto. Cosa ancora più importante è stato il messaggio relativo all'abbattimento della banale *cosificazione* dell'ingegno: sottolineare che la musica, in quanto arte, non possa essere trattata e commercializzata come fosse un detersivo o un elettrodomestico è stato il secondo grande tasto su cui la band ha battuto più volte. Una creazione musicale non è da considerarsi solo come prodotto tangibile, ma porta con sé un carico di emozioni difficilmente quantizzabile. Il contesto è stato così presentato ai potenziali acquirenti come una vera e propria sfida lanciata a questo mondo che tenta di commercializzare le emozioni, a scapito di chi di emozioni ci vive. Volete darci una mano a dimostrare che è non può essere così?

Che così non si può andare avanti? Bene: noi facciamo il primo passo mettendo a disposizione il nostro disco in download, anche gratuito, ma voi dateci una mano. *Fate la vostra parte*. Ecco l'aria calda a contatto con il suolo. E l'aria un po' più fredda? Quella che può dare origine al miraggio?

In termini generali questa seconda componente, altrettanto importante, è data da come il mondo viene vissuto dai singoli giocatori, dipendente dalla propria esperienza autobiografica, che modifica drasticamente il modo in cui vengono percepite le cose. Generalmente, infatti, soprattutto in condizioni d'incertezza o in contesti decisionali complessi, rischiosi e/o in evoluzione, commettiamo errori di valutazione, procedendo per tentativi ed osservando cosa succede. Quando le emozioni hanno la meglio difficilmente riusciamo a ragionare o, se lo facciamo, seguiamo processi che non sono per niente lineari. Procediamo per piccoli passi, cercando di capire come ci si possa adattare alla nuova situazione nel miglior modo possibile.

Le emozioni fungono da tramite tra mondo reale e mondo ideale e influiscono sulla percezione di come la "torta" si debba spartire tra i due: non in modo iniquo a vantaggio del fan, ma secondo un'interazione di reciprocità dove ciascuno cede qualcosa all'altro. Ed ecco creato il miraggio. Attenzione però: essere influenzati dall'effetto contesto non è necessariamente irrazionale; sembra piuttosto esserne responsabile il modo in cui la mente umana processa dati e informazioni. Recenti studi suggeriscono che il cervello non integra le varie o persino discordanti informazioni provenienti dai diversi gruppi di neuroni, facendone una semplice media.

Al contrario, esso seleziona una fonte informativa sopprimendo l'altra, secondo una sorta di gioco a *chi vince piglia tutto*. Pertanto, la decisione presa dall'individuo risulta essere completamente basata sulle informazioni date da certi neuroni, privilegiando gli aspetti di efficienza dell'azione o di elaborazione di un concetto.

Lo svantaggio è che la formulazione delle convinzioni procede in modo discontinuo, favorendo di volta in volta le cose che più "impressionano" i nostri neuroni. Questo ci spiega il perché moltissimi fan abbiano deciso di pagare per scaricare gli *mp3* di *In Rainbows*, pur potendoli ottenere gratis, in moltissimi casi sborsando anche più di quanto avrebbero fatto in un normale negozio di musica. Questa cosa non deve stupirci più di tanto: quante volte ci è capitato, andando in un ristorante o dal barbiere, di lasciare qualcosa in più del dovuto a chi ci ha servito? Qualcuno potrebbe pensare che in fondo un motivo c'è: se mai dovessi ritornare a mangiare nello stesso posto il cameriere potrebbe trattarmi meglio, o il barbiere potrebbe avere un maggiore riguardo. Ma questo non spiega tutto: perché ad esempio si lascia la mancia anche ad un tassista che presumibilmente non vedremo più?

Dani Rodrik, professore all'Università di Harvard, molto candidamente nel suo blog ammette che gli economisti non hanno nessuna teoria valida relativa alle *mance*. Normalmente infatti si assume che i consumatori paghino quanto minimo possibile per ottenere il bene che vorrebbero acquistare. Perché esista questo fenomeno e perché sia così diverso da Paese a Paese, da situazione a situazione non è tuttora chiaro. A tal proposito risulta essere davvero simpatica, oltre che pungente, una parte del copione del film Reservoir Dogs, tradotto in italiano con *Le Iene*, di Quentin Tarantino.

Attorno ad un tavolo, in un bar, ci sono i malviventi protagonisti del film:

Eddie*: OK, tirate fuori un po' di grana per la signorina…(verso Mr Pink) andiamo tira fuori un verdone.*

Mr Pink*: ah ah, non do mance…*

Eddie: *non dai mance?*

Mr Pink*: no, non ci credo.*

Eddie*: non credi alle mance?[…]*

Mr Pink*: no, perché è la società che mi dice di farlo, cioè la mancia la lascio solo se proprio se la meritano, se si impegnano proprio al massimo allora lascio un piccolo extra, ma darlo così solo perché si deve è una stronzata…voglio dire: non fanno altro che il loro lavoro.[…]*

Mr White*: tu non sai nemmeno di cosa stai parlando. Si fanno un culo come una casa, è un mestiere duro il loro.*
Mr Pink*: lo è anche lavorare da Mc Donald's ma lì non lasci la mancia vero? E perché non servono anche loro da mangiare? Ma la società dice: a questi devi lasciare la mancia, e a questi niente mancia. Puttanate.*

Già, perché da Mc Donald's non ci è mai sfiorata l'idea di lasciare la mancia, mentre in un altro ristorante o in un bar si? Forse non ce lo siamo mai chiesti. Abbiamo capito però come chi è a conoscenza di questo comportamento irrazionale, creando un contesto che ci permetta di esprimerci in questo senso, possa sfruttare tale informazione a proprio vantaggio, facendoci compiere mosse da *squilibrati*.
A conclusione di queste riflessioni possiamo porci ancora una domanda: si è aperta una nuova strada nella commercializzazione e distribuzione della musica?
La risposta è: sicuramente no. Esperimenti analoghi condotti da altri gruppi musicali, meno noti rispetto ai Radiohead, hanno avuto risultati catastrofici. Thom Yorke e compagni hanno avuto l'indubbia abilità di intercettare e cercare di dare per primi una risposta ad una esigenza che probabilmente loro stessi avvertivano come propria, ma a cui altrettanto sicuramente non potranno più reagire allo stesso modo.
La band ha infatti già dichiarato, affermando testualmente che "esiste un tempo per ogni cosa", che quasi sicuramente non ci sarà una iniziativa simile, perlomeno non con la stessa metodologia dirompente. In poche parole il loro prossimo lavoro non avrà lo stesso metodo di distribuzione innovativo che hanno proposto per *In Rainbows*.
Il perché (per noi) è facile da intuire: quando un gioco viene ripetuto la razionalità prende il sopravvento sull'emozione e quindi, nella stessa situazione, sarebbero molti di più (se non tutti) quelli che si scaricherebbero i loro *mp3* senza pagare nulla. Procedendo quindi a ritroso, dovendo

effettuare i Radiohead la prima mossa, si muoveranno cercando di massimizzare la loro utilità, cercando cioè l'unico equilibrio perfetto nei sottogiochi: commercializzare il prossimo disco attraverso una casa discografica. In aggiunta a questo, infatti, essi non avrebbero più a loro disposizione il forte ritorno mediatico che hanno avuto durante la prima volta, consentendogli oltremodo di ottenere un deciso allargamento del consenso e della notorietà su scala mondiale.

In cinese la parola crisi è composta da due ideogrammi: il primo, *wei*, significa pericolo, il secondo, *ji*, significa opportunità.

危机

Quello che la band inglese ha fatto non è stato altro che trasformare un suo momento di crisi, con la EMI, in una grande opportunità per la band stessa. Senza dubbio un comportamento geniale e apprezzato dai più, forse anche perché non ha fatto altro che consolidare la fama del gruppo di Oxford quale band *borderline*, di tendenza, confermando ancora di più il loro stile alternativo e indipendente. Alla fine di questo paragrafo, e del testo stesso, lasciamo spazio ad una probabile curiosità del lettore: chi ha scritto queste pagine ha pagato per scaricare gli *mp3* di *In Rainbows*?
L'autore è indubbiamente un fan dei Radiohead e, come molti, ha agito più col sentimento che con la testa, premiando l'iniziativa lasciando un contributo pari a quello richiesto da beni simili in vendita sull'Apple Music

Store. Pentito? Per niente: le emozioni non hanno prezzo e poi, come diceva l'insuperabile trombettista di jazz, Miles Davis, l*a vera musica è il silenzio. Tutte le note non fanno altro che incorniciarlo*. Se poi queste note sono, e potranno essere ancora per molto, quelle suonate dai Radiohead, tanto meglio.

N.d.A. Nel 2011 è poi uscito il lavoro dei Radiohead *The king of limbs*, venduto però in modo "tradizionale", sia nei negozi che online. Un altro esperimento è stato poi condotto nel 2014 dal leader della band, Thom Yorke, col suo lavoro solista *Tomorrow's Modern Boxes*. Anche questo album è stato venduto online, tramite BitTorrent, ma con prezzo predefinito. Insomma, buona la prima.

Segui l'autore su

twitter: @PArgoneto

facebook: Pierluigi Argoneto

http://www.linkiesta.it/blogs/le-argonautiche

pierluigi.argoneto@gmail.com

BIBLIOGRAFIA ESSENZIALE

1. Aumann RJ (1974): *Subjectivity and Correlation in Randomized Strategies*, Journal of Mathematical Economics 1: 67-96
2. Aumann RJ, Maschler M (1985): *Game Theoretic Analysis of a Bankruptcy Problem from the Talmud*, J Economic Theory 36 : 195-213
3. Aumann RJ, Hart S (1992): *Handbook of Game Theory* (Vol. 1), Elsevier, Amsterdam, The Netherlands
4. Aumann RJ, Hart S (1994): *Handbook of Game Theory* (Vol. 2), Elsevier, Amsterdam, The Netherlands
5. Axelrod R. (1984): *The Evolution of Cooperation*. Basic Books NY.
6. Brian A.W. (1994): *Inductive Reasoning and Bounded Rationality*. American Economic Review, 84,406-411
7. Costa G, Mori PA (1994): *Introduzione alla Teoria dei giochi*, Il Mulino, Italia
8. Curiel I, Pederzoli G, Tijs S (1989): *Sequencing Games*, EJOR 40 : 344-351
9. Fisher R.A. (1931): *The Genetical Theory of Natural Selection*. Journal of the Royal Statistical Society, Vol. 94, No. 1, pp. 98-100.
10. Gibbons R (1994): Primo *Corso di Teoria dei giochi*, Il Mulino, Italia
11. Heller Joseph (1961): Comma 22, Bompiani.
12. Hobbes Thomas (ed. 2005): *Il leviatano*. Editori Riuniti, Italia.
13. Kahn Hermann (1965): *On Escalation: Metaphors and Scenarios*, Greenwood Press.
14. Lewontin, R. C. (1961): *Evolution and the theory of games*. Journal of Theoretical Biology 1: 382 - 403.
15. Maynard Smith, J. (1972): *Game Theory and the Evolution of Fighting*, Edinburgh University Press.
16. Maynard Smith, J. (1982): *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge University Press.
17. Myerson RB (1991): *Game Theory: Analysis of Conflict*, Harvard University Press, Cambridge, USA
18. von Neumann J. (1928): *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*, Mathematische Annalen 100 : 295-320

19. von Neumann J., Morgenstern O. (1944): *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton: Princeton University Press, USA
20. Nash JF (1950a): *Equilibrium Points in N-Person Games*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 36: 48-49
21. Nash JF (1950b): *The Bargaining Problem*, Econometrica 18: 155-162
22. Osborne MJ, Rubinstein A (1994): *A Course in Game Theory,* MIT Press, USA
23. Owen G (1995): *Game Theory,* Academic Press, San Diego, CA, USA
24. Rousseau, JJ (Ed. 2006): *Discorso sull'origine e i fondamenti dell'ineguaglianza tra gli uomini*. Editori Riuniti.
25. Russell Bertrand (1968): *Common Sense and Nuclear Warfare,* AMS Press.
26. Selten, R. (1978): *The chain store paradox*. Theory and Decision 9, 127-159
27. Sun Tzu (Ed. 2008): *L'arte della guerra,* ETAS.
28. Tucker AW (1950): *Memorandum on The Prisoner's Dilemma*

Altre risorse:

29. Battigalli Pierpaolo, Giochi Statici.
30. Barion Francesca, Aste B2B all'acquisto.
31. Cavalli Sforza Luigi Luca, Vedute moderne sull'evoluzione umana.
32. Ernandes Marco, Teoria Evoluzionistica dei Giochi.
33. Festa Roberto, Teoria dei giochi e strategie della deterrenza.
34. Festa Roberto, Teoria dei giochi ed evoluzione delle norme morali.
35. Girotto Vittorio, Gli errori nel ragionamento.
36. Patrone Fioravante, Re Salomone era saggio o ha avuto fortuna?
37. Patrone Fioravante, Re Salomone doveva mettere all'asta il bambino.
38. Pusillo Lucia, Teoria matematica dei giochi ed evoluzione.
39. Odifreddi Piergiorgio, Giochi Pericolosi.

RINGRAZIAMENTI

Quando si devono scrivere i ringraziamenti è sempre difficile mettere in ordine le idee. Sono tante le persone con cui, in diversi modi e tempi, si interagisce e che, in un modo o nell'altro, ci consentono di esprimere ciò che siamo.

Diversi anni fa, proprio nei giorni in cui ho iniziato a studiare per la mia tesi di laurea quel poco che so di teoria dei giochi, un amico mi ha regalato due album dei Radiohead: *The Bends* e *OK Computer*, assicurandomi che mi sarebbero piaciuti. Le canzoni in essi contenute sono diventate la colonna sonora di quei mesi e mai avrei immaginato che, a distanza di tempo, avrei avuto l'incoscienza di provare a mettere insieme queste due cose così distanti tra loro. Senza questo evento fortuito forse non mi sarei mai ritrovato a scrivere questo saggio. Il primo ringraziamento, pertanto, va a Mik Ambrico.

Dopo la prima stesura del testo, ancora indeciso se mandarlo a qualche editore o meno, mi sono affidato alla lettura critica di alcuni amici: Maria Vittoria, Luigi, Lorena e Mr. Thunderstone. Ognuno di loro, a proprio modo, ha contribuito all'impresa e per questo non posso che provare un sincero sentimento di riconoscenza. A buon rendere.

Rileggendo le pagine del saggio innumerevoli volte per l'editing, l'impaginazione e quant'altro, mi sono sempre più reso conto della differenza tra quanto mi ero proposto e ciò che invece ho realizzato. Dal voler creare un breve saggio quanto più possibile divulgativo, quasi certamente sono riuscito nell'ardua impresa di scontentare un po' tutti: quelli a completo digiuno di queste tematiche probabilmente lo troveranno eccessivamente articolato, quelli più esperti smodatamente superficiale. A tutti loro va il mio ringraziamento, perché se hanno questo libro tra le mani e sono arrivati a leggere fin qui vuol dire che, ad ogni modo, stavolta mi è andata bene. *The troubled words of a troubled mind.*